

بسم الله الرحمن الرحيم

ریاضی جامع (۲) گام اول آپدیت جدیدا



پدید آورندگان:

عبدالرضا منتظری و حسین خرقانی



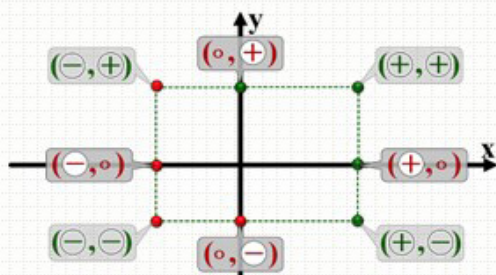
فصل: تابع

تابع و درجه دو

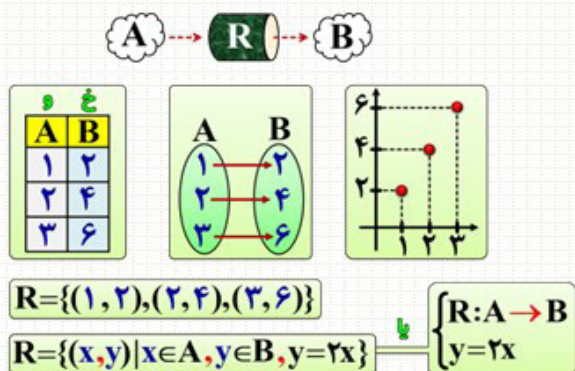
آنچه خواهید دید :

- ۱ زوج مرتب، نقطه، رابطه، تابع
- ۲ مقدار تابع
- ۳ دامنه و برد تابع

نمایش نقطه



مفهوم رابطه

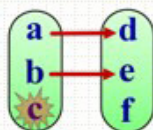
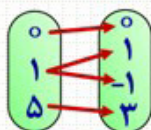
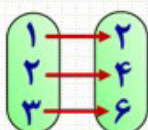


تابع (حالت خاصی از رابطه)

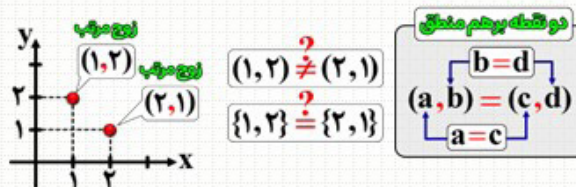
رابطه $R: A \rightarrow B$ در صورتی «تابع» است که:
هر عضو A ، فقط و فقط به یک عضو B مرتبط شود.

A	B
۱	۲
۲	۴
۳	۶

A	B
۰	۰
۱	±۱
۵	۳



مفهوم زوج مرتب



مثال

اگر زوج مرتب‌های $(x-y, 5)$ و $(4, 2x+y)$ با هم برابر باشد، مقادیر x و y را بیابید.



فصل: تابع

تابع و درجه دو

مثال

کدام یک از روابط زیر، یک تابع را معلوم می کند؟ رابطه ای که:

● به هر فرد، گروه خونی اش را نسبت می دهد.

● به هر فرد ایرانی، کد ملی وی را نسبت می دهد.

● به هر فرد، شماره های تلفن همراه او را نسبت می دهد.

● به هر عدد طبیعی، ریشه دوم آن را نسبت دهد.

● به هر عدد حقیقی ریشه سوم آن را نسبت دهد.

انسانی

اگر رابطه زیر، یک تابع باشد، حاصل $a^2 - b^2$ کدام است؟

$$f = \{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$$

۳(۱) ۴(۲) ۵(۳) ۶(۴)

دی انسانی

رابطه زیر، یک تابع است. $x^2 + y^2$ کدام است؟

$$f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$$

۲/۵(۱) ۲۰/۵(۲) ۲۴(۳) ۴۲(۴)

تالیفی

رابطه زیر، یک تابع است. $x + y$ کدام می تواند باشد؟

$$f = \{(1, 3), (2, 2), (1, x-2y), (2, x^2-y), (3, 2)\}$$

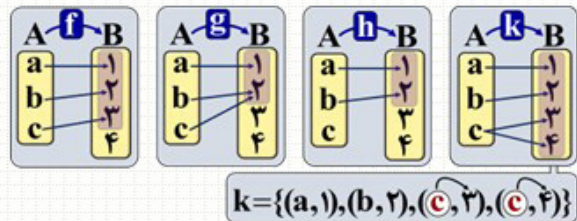
۱(۱) ۲(۲) ۲(۳) $-\frac{9}{4}$ (۴)

تالیفی

به ازای کدام مقدار m ، رابطه زیر یک تابع است؟

$$f = \{(2, m^2), (2, 1), (-4, m), (1, m+2), (m, 5)\}$$

۱(۱) -1 (۲) ± 1 (۳) ۴ هیچ مقدار m



● $f = \{(2, 5), (1, 5), (2, 5)\}$

● $f = \{(3, 7), (4, 4), (3, 5)\}$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

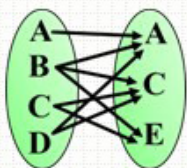
تألیفی

در رابطه $R = \{(x, y) | x < y\}$ مؤلفه های هر زوج مرتب از مجموعه $A = \{a | a \in \mathbb{Z}, a^2 \leq 4\}$ انتخاب می شوند. رابطه R چند عضو دارد؟

- ۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۸ (۲) ۴ (۱)

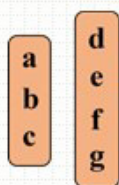
تألیفی

چند پیکان از نمودار ون زیر حذف کنیم تا رابطه حاصل، یک تابع باشد؟

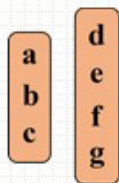


- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

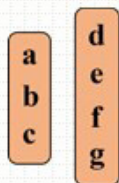
مثال



تعداد توابع؟



تعداد توابع شل (a, d)؟



تعداد توابع فاقد (a, d)؟

تألیفی

چند نقطه از نمودار رابطه زیر را حذف کنیم تا به یک تابع برسیم؟
 $f = \{(x^2, x) | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

خ ریاضی ۸۸

رابطه $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$ چند زوج مرتب دارد؟

- ۹ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

انسانی

اگر رابطه f به صورت زیر توصیف شده باشد، تعداد عناصر f کدام است؟

$$f = \{(a, a^2); a \in \{0, 1, 2\}\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$$

- ۱۲ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)



فصل: تابع

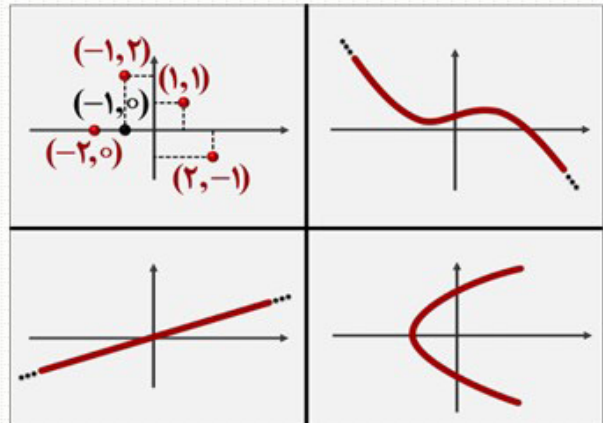
تابع و درجه دو

تألیفی

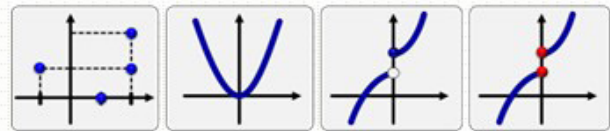
مجموعه A دارای ۴ عضو و مجموعه B دارای ۲ عضو است. چند تابع مختلف از مجموعه A به مجموعه B می توان ساخت؟

- ۱۶ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۸ (۱)

تابع بودن یا نبودن از نگاه نموداری

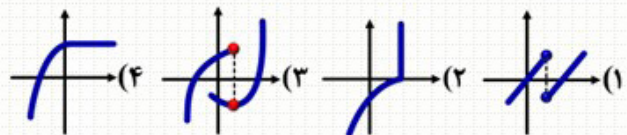


مثال



انسانی

کدام نمودار، نمایش تابع $y=f(x)$ است؟



ضابطه جبری

$$f = \{(1, 0), (2, 3), (5, 6)\}$$

تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد رانسبت می دهد. ضابطه f ؟

مثال

تابع f به هر عدد حقیقی، مجنورسه برابر آن عدد، منهای ۴ رانسبت می دهد.

مثال

تابع f به هر عدد طبیعی، جنر نصف عددی، ب علاوه ۲ رانسبت می دهد.

تابع بودن یا نبودن از نگاه ضابطه جبری

- $y = x^2 + 2x - 3$
- $|y| = x$
- $y = |x|$
- $2y = 1$
- $2x + y^2 = 5$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

مقدار ضابطه

$f(x) = x^2 - 3x$	$f(x) = x\sqrt{x+1}$
• $f(4) =$	• $f(8) =$
• $f(f(2)) =$	• $f(f(3)) =$

○ خ انسانی ۹۷

اگر $f(x) = x\sqrt{x+|x|}$ باشد، حاصل $f(2) + 4f(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۵/۲ ۳) ۳ ۴) ۵/۳

○ خ انسانی ۹۲

اگر $f(x) = |3x - 5|$ و $g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x + 2}$ باشند، مقدار $g(\frac{1}{3}) + g(\frac{1}{9})$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

مقدار تابع از نگاه مختلف

$f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$

$g = \{(3, 1), (0, 2), (1, 2), (4, 5)\}$

$g(g(3)) =$

$f(4) =$ $f(1) =$
 $f(3) =$ $f(-1) =$

○ تالیفی

اگر f و g به صورت زیر باشند، مقدار $f(g(3)) - g(f(3))$ کدام است؟

$$\begin{cases} f = \{(2, 2), (3, 1), (4, -1), (-1, 3)\} \\ g = \{(2, 3), (3, -1), (1, 2), (4, 2)\} \end{cases}$$

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

○ تالیفی

در تابع $f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (5, 3), (6, 5)\}$ اگر $f(f(a)) = 3$ ، مجموعه مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰



فصل: تابع

تابع و درجه دو

تالیفی

اگر $f(x) = 2 - 3x$ و $g(x) = x + 2$ به طوری که $f(g(2)) = g(f(a))$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{3}$
 (۲) $\frac{11}{3}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{5}{3}$

مثال

$f(x) = 2x^2 - 3$	$f(x-3) = 2x^2 - 3$	$f(3x+1) = 2x^2 - 3$
$f(2) =$	$f(2) =$	$f(2) =$

تالیفی

اگر $f(2t-1) = t^2 + 1$ ، حاصل $f(0) + f(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{4}$
 (۲) $\frac{25}{3}$
 (۳) ۱۱
 (۴) ۲۷

تالیفی

اگر $f(\frac{x-1}{x+2}) = -x + 1$ ، حاصل $f(\frac{1}{3}f(1))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $-\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $-\frac{3}{4}$

انسانی ۸۹

اگر $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ، $f(x+2) - f(x-2)$ کدام است؟

- (۱) $4(x-2)$
 (۲) $4(x-2)$
 (۳) $4(2x-1)$
 (۴) $4(2x-3)$

تجربی ۸۹

اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1-x^2}$
 (۲) $\frac{x}{x^2-1}$
 (۳) $\frac{x+1}{1-x^2}$
 (۴) $\frac{x-1}{x^2-1}$

انسانی

اگر $f(x) = -x^2 + 15x$ باشد، حاصل $f(x+2) - f(2)$ کدام است؟

- (۱) $-x^2 - x$
 (۲) $-x^2 + x$
 (۳) $-x^2 - x + 1$
 (۴) $-x^2 + x - 1$

فصل: تابع

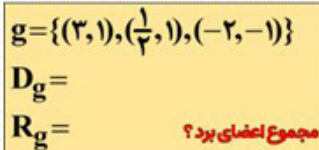
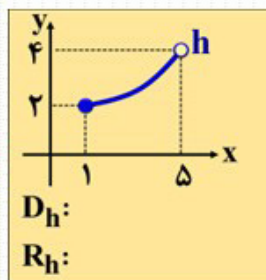
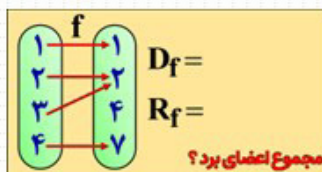
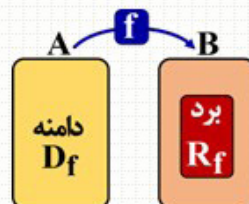
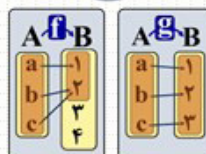
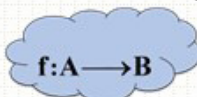
تابع و درجه دو

تألیفی

اگر $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}$ باشد، حاصل $f(2x-1) + \frac{1}{3}f(0)$ کدام است؟

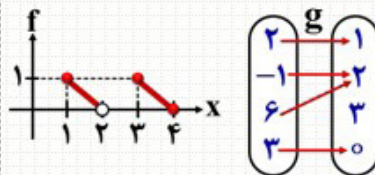
$\frac{2}{x^2-x}$ (۴) $\frac{x}{-x^2+4x}$ (۳) $\frac{2}{x^2+x}$ (۲) $\frac{1}{x^2-x}$ (۱)

دامنه و برد تابع



تألیفی

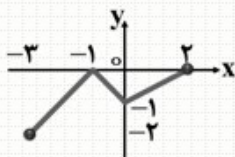
با توجه به توابع f و g ، $D_f \cap R_g$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴ (۶) ۵ (۷) ۶ (۸) ۷ (۹) ۸ (۱۰) ۹ (۱۱) ۱۰ (۱۲) ۱۱ (۱۳) ۱۲ (۱۴) ۱۳ (۱۵) ۱۴ (۱۶) ۱۵ (۱۷) ۱۶ (۱۸) ۱۷ (۱۹) ۱۸ (۲۰) ۱۹

تألیفی

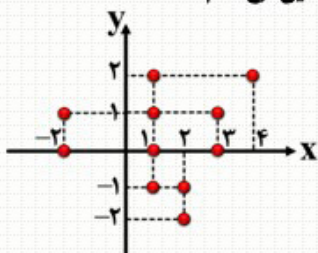
اگر دامنه و برد تابع زیر را به ترتیب با D و R نشان دهیم، مجموعه $D - R$ شامل چند عدد صحیح است؟



Δ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

تألیفی

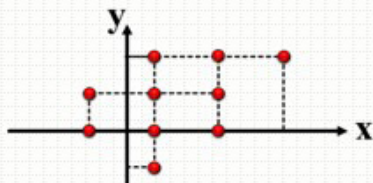
اگر با حذف تعدادی نقطه از نمودار زیر، تابعی به صورت $f: A \rightarrow R$ تعریف کنیم، بیشترین مقدار حاصل ضرب مقادیر برد این تابع کدام است؟



صفر (۴) ۱ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

تألیفی

با حذف حداقل تعداد، از نقاط نمودار زیر، چه تعداد تابع می توان تعریف نمود؟



۲۴ (۴) ۱۲ (۳) ۸ (۲) ۶ (۱)



فصل: تابع

تابع و درجه دو

تالیفی

اگر رابطه زیر، یک تابع باشد، آنگاه حاصل ضرب مقادیر برد تابع f کدام است؟

$$f = \{(1, 2), (m, 3), (-1, 2), (1, m^2 - m)\}$$

۶(۱)

۱۲(۲)

۴(۳)

۸(۴)

تالیفی

اگر $f = \{(3, k+1), (-1, \frac{k}{3}), (5, -k), (4, 2k)\}$ رابطه

$$\frac{f(3)+f(4)}{6f(-1)-f(5)} = 1$$
 برقرار باشد، برد تابع f چند عضو دارد؟

۱(۱)

۲(۲)

۳(۳)

۴(۴)

تالیفی

 $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$D_f = \{-2, \frac{1}{3}\}$$

$$R_f = \{ \quad , \quad \}$$

 $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$R_f = \{0, \sqrt{3}\}$$

$$D_f = \{ \quad , \quad \}$$

تالیفی

برد تابع $f: A \rightarrow B$ به ازای $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$ شامل چند

عدد طبیعی است؟

۲(۱)

۳(۲)

۴(۳)

۶(۴)

تالیفی

در تابع $f: \{2, a\} \rightarrow \{3, 2b+1\}$ اگر a کدام می تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$$

۲(۱)

۳(۲)

۴(۳)

۵(۴)

تالیفی

در تابع $f: \{-\frac{3}{2}, -4, k\} \rightarrow B$ اگر مجموع اعضای برد برابر $1/5$ باشد، مقدار k کدام است؟

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

-۵(۱)

۵(۲)

۶(۳)

-۶(۴)

تالیفی

 $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$D_f = \{-2, \frac{1}{3}\}$$

$$R_f = \{ \quad , \quad \}$$

 $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$R_f = \{0, \sqrt{3}\}$$

$$D_f = \{ \quad , \quad \}$$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

$$D_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\bullet f(x) = 2x - 1$$

میانگین اعضای برد؟

$$D_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\bullet f(x) = x^2 - 1$$

میانگین اعضای برد؟

○ انسانی

تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه زیر، در نظر بگیرید.

$$\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$$

مقدار متوسط عضوهای برد تابع f کدام است؟

$$4/25(4)$$

$$4(3)$$

$$3/75(2)$$

$$3/5(1)$$

○ تالیفی

تابع $f(x) = 2x + 1$ را در دامنه $\{1, 3, 5, \dots, 201\}$ در نظر بگیرید. میانگینعضوهای برد تابع f کدام است؟

$$204(4)$$

$$203(3)$$

$$202(2)$$

$$201(1)$$

ریاضی ۹۳ $g = \{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$
 و $f(x) = 2x - 5$ مفروضند. اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$ باشد،
 a را بیابید.

$(f \circ g)(x) = y$ یا $f(g(x)) = y$
 $x \rightarrow [g] \rightarrow [f] \rightarrow y$

$(g \circ f)(x) = y$ یا $g(f(x)) = y$
 $x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow y$

$a \leftarrow [f^{-1}] \leftarrow b$ $a \rightarrow [f] \rightarrow b$

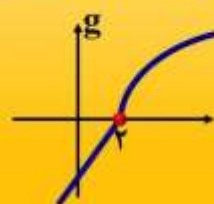
تجربی ۹۸ اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^2 + x$ باشند،
 مقدار $(f^{-1} \circ g^{-1})(8)$ کدام است؟

تجربی ۹۸ اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^2 + x$ باشند،
 مقدار $(f^{-1} \circ g^{-1})(8)$ کدام است؟

- ۳(۴) ۲/۵(۳) ۲(۲) ۱/۵(۱)

- ۳(۴) ۲/۵(۳) ۲(۲) ۱/۵(۱)

ریاضی دی ۱۰ اگر $f(x) = |\frac{1}{3}x - 1|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد،



معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱(۱)
 ۲(۲)
 ۳(۳)
 ۴(۴)

ریاضی ۹۹ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند،
 مقلد $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۱)

ریاضی دی ۱۰ توابع $f(x) = \log(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را
 در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند
 مقدار α کدام است؟

- $2/6 = 4 - \sqrt{2}$ (۱)
 $2/3 = 4 - \sqrt{3}$ (۲)
 $5/4 = 4 + \sqrt{2}$ (۳)
 $5/7 = 4 + \sqrt{3}$ (۴)



سده ۹۶ دو تابع f و g مفروض اند. اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد،

$f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$ کدام است a ؟

$$g(x) = \frac{x}{x-1}$$

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

مثال ۹۷ توابع $f = \{(9, 1), (-1, 4), (7, 3), (-2, 6), (5, 2)\}$

و $f(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروض اند. اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = \frac{1}{3}$ آنگاه a کدام است؟

- ۱) -2 ۲) -6 ۳) 2 ۴) 6

مثال ۹۸ تابع f و g مفروض اند. اگر $g^{-1}(f(2a)) = 3$

آنگاه a کدام است؟

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$g = \{(0, 5), (-2, 3), (3, 4), (-4, 5), (1, 7)\}$$

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{5}{2}$



مثال • توابع f و g مفروض اند، بیشترین مقدار تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} \quad g = \{(-2, 1), (-1, 0), (0, 2), (-3, 3), (3, 4)\}$$

۱۲ $\sqrt{3}$ (۱) 2 (۲) 4 (۳) 3 (۴)

مثال • اگر $f(x) = \frac{x}{x-2}$ و $g = \{(0, 1), (1, 2), (3, 4), (5, 3)\}$ آنگاه تابع $y = (f \circ g)(x)$ را بیابید؟

۱۱

سد ۸۸ • اگر $f(x) = \sqrt{x+2|x|}$ ، مقدار $f(f(-144))$ کدام است؟

۱۴ (۱) تعریف نشده 6 (۲) 8 (۳) 12 (۴)

سد ۸۶ • اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ ، آنگاه $f \circ g(\sqrt{2})$ کدام است؟

۱۳ -4 (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴)

سخ ۹۰ • در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار عبارت $f(-\frac{1}{3}f(\sqrt{3}))$ کدام است؟

۱۶ $1/75$ (۱) $2/25$ (۲) $2/5$ (۳) $2/75$ (۴)

سخ ۸۸ • اگر $f(x) = \sqrt{2-x-x^2}$ ، مقدار $f(f(-1))$ کدام است؟

۱۵ (۱) تعریف نشده 2 (صفر) 1 (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

سخ ۹۱ • اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت زیر باشند، و مقدار ورودی کدام است؟ $g(x) = 3x + 4$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟

$$x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow 2x$$

۱۸ 4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 1 (۱)

سد ۸۶ • اگر خروجی از ماشین شکل زیر $\frac{4}{3}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟

$$\text{خروجی} \rightarrow \left[\frac{x}{\sqrt{x+1}} \right] \rightarrow [2x-2] \rightarrow \text{ورودی}$$

۱۷ $1/9$ (۱) $7/4$ (۲) 3 (۳) 4 (۴)

تالیفی • با توجه به ماشین زیر اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ باشد، مقدار $g(2)$ کدام است؟

$$x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow x$$

۲۰ $1/4$ (۴) $5/4$ (۳) $1/4$ (۲) $1/4$ (۱)

سد ۸۲ • با توجه به ماشین $x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow x$ اگر $f(x) = 2x - 1$ ، آنگاه $g(0)$ کدام است؟

۱۹ 1 (۱) 2 (صفر) $1/4$ (۳) 2 (۴)



مثال • اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 1 + \frac{18}{x}$ باشند، مقدار $(f \circ g^{-1})(3)$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)

۲۲

تالیفی • با توجه به ماشین زیر اگر $f(x) = \sqrt[3]{9-x}$ باشد، مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

$$x \rightarrow \boxed{f^{-1}} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$$

- ۱ (۱) ۲ (صفر) ۳ (۱/۳) ۴ (۳)

۲۱

مثال • اگر $f(x) = 6x + 1$ و $g(x) = x^2 - 2x : x \leq 1$ حاصل $f^{-1} \circ g^{-1}(8)$ کدام است؟

- ۱/۲ (۱) ۱/۳ (۲) ۲ (۳) ۲ (۴)

۲۴

سخ ۹۸ • اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(8)$ کدام است؟

- ۱/۵ (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴)

۲۳

سخ ۹۹ • با فرض $f(x) = x^2 - 4x + 9 : x \geq 2$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲۶

سد ۹۹ • اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

- ۲/۵ (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۳ (۳) ۳/۴ (۴)

۲۵

مثال • اگر f تابع خطی و $g(x) = 3x - 1$ و $f^{-1}(3) = 1$ و $(f^{-1} \circ g^{-1})(17) = 4$ و نمودار f از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۲۸

تالیفی • اگر $f(x) = 2ax - 9$ و $g = \{(-3, 2), (-1, 5), (0, 4)\}$ و $f \circ g^{-1}(2) = 3$ مقدار a کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۲۷

سخ ۸۹ • اگر $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{3x}$ و $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$ باشند، آنگاه حاصل $g^{-1}(6)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۰

سد ۸۹ • اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = f(3x - 4)$ باشند، حاصل $g^{-1}(16)$ را بیابید.

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۹



مثال در تابع یک به یک f : $f(3) = -\frac{1}{4}$ و مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

$g(x) = 1 - 2f(x)$ ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۲

مثال اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 2f^{-1}(x) - 1$ مقدار $g^{-1}(7)$ را بیابید.

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۱

پایان

۳۴

تالیفی هرگاه $x \rightarrow [f] \rightarrow (2\sqrt{x}-1) \rightarrow [g] \rightarrow 2x-5$

باشد، $g^{-1} \circ f^{-1}(8) + g(11)$ حاصل عبارت کدام است؟

۱۴ (۱) -۱۴ (۲) ۱۱ (۳) -۱۱ (۴)

۳۳

یادداشت



HARFE AKHAR

یادداشت



HARFE AKHAR

یادداشت



HARFE AKHAR

یادداشت



HARFE AKHAR

یادداشت



HARFE AKHAR

یادداشت



HARFE AKHAR

تالیفی: با توجه به ماشین زیر اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ باشد، مقدار $g(2)$ را بیابید.

$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$

۹

سد ۹۶: دو تابع f و g مفروض اند اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد، کدام است؟ $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$

$g(x) = \frac{x}{x-1}$

۱) $\frac{1}{2}$
 ۲) $\frac{2}{4}$
 ۳) $\frac{3}{2}$
 ۴) $\frac{5}{2}$

۸

مثال: اگر $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ و $gof(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ آنگاه مقدار $g(2)$ کدام است؟

۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{5}{6}$ ۳) $\frac{5}{5}$ ۴) $\frac{5}{5}$

۱۲

تالیفی: با توجه به ماشین زیر اگر $f(x) = \sqrt[3]{9-x}$ باشد، مقدار $g^{-1}(2)$ را بیابید.

$x \rightarrow \boxed{f^{-1}} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$

۱۱

سد ۸۸: در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ را بیابید.

۱۰

مثال: اگر f و g به صورت زیر باشند، تابع gof^{-1} ؟

$f = \{(1, 2), (2, 5), (0, 3), (4, -1)\}$
 $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$

۱۵

سخ ۹۰: دو تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$ مفروض اند. تابع $g^{-1}of^{-1}$ را بیابید.

۱۴

مثال: $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5)\}$ و $g = \{(4, 1), (2, 3), (5, 4)\}$ آنگاه $(fog)(x) = ?$

۱۳

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} x-4 & x > 0 \\ -2x-a & x < 0 \end{cases}$ و $fof(3) = -5$ آنگاه مقدار a کدام است؟

۱) -5 ۲) 5 ۳) -7 ۴) 7

۱۸

مثال: $f(x) = \frac{x}{x-2}$ و $g = \{(0, 1), (1, 2), (3, 4), (5, 3)\}$ آنگاه $(fog)(x) = ?$

۱۷

سد ۹۰: توابع $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$ مفروض اند. اگر $(4, 2) \in fog$ و $(4, 1) \in fog$ باشند، دو تایی (a, b) کدام است؟

۱۶

تالیفی: $f(x) = x-1$ و $g(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \geq 3 \\ 2x-3 & x < 3 \end{cases}$ مفروضند. نمودار تابع fog با محور x ها در چند نقطه برخورد دارد؟ $(fog)(x) = 0$ ؟

۲۱

تالیفی: با توجه به توابع زیر، تابع gof را بیابید.

$g = \{(-1, 2), (0, \frac{1}{2}), (1, 4)\}$ و $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 1 \\ x^2+1 & x < 1 \end{cases}$

۲۰

تالیفی: با توجه به توابع زیر، تابع fog را بیابید.

$g = \{(-1, 2), (0, \frac{1}{2}), (1, 4)\}$ و $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 1 \\ x^2+1 & x < 1 \end{cases}$

۱۹

تالیفی: اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، مجموع ریشه های معادله $f(f(x))=0$ کدام است؟

۲۴

مثال: $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \rightarrow (f \circ f)(x) = ?$

۲۳

تالیفی: $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x < 1 \\ 2x - 3 & x \geq 1 \end{cases}$ مفروضند. مجموع ریشه های تابع $g \circ f$ کدام است؟

۲۲

سد ۹۶: اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه $g(f(x))$ کدام است؟

$2x$ (۴) x (۳) $x+1$ (۲) $x-1$ (۱)

۲۷

سج ۹۵: اگر $f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5$ و $g(x) = 2x + 1$ آنگاه:

$f(x) = 2x^2 - 2x + 3$ (۲) $f(x) = 2x^2 - x + 4$ (۱)
 $f(x) = 2x^2 + x + 3$ (۴) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ (۳)

۲۶

سج ۹۴: تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور x ها را در دو نقطه به طول های 6 و $-\frac{1}{4}$ قطع کند. آنگاه نمودار تابع $f \circ g$ محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

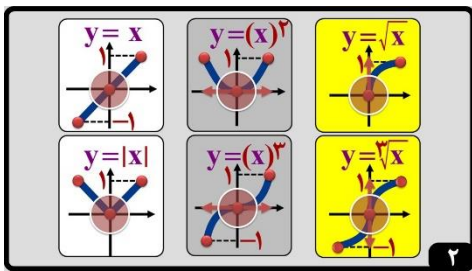
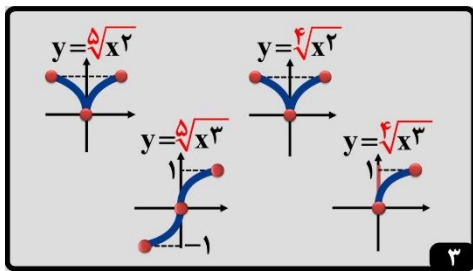
$4, 9$ $4, \frac{1}{4}$ $9, \frac{1}{4}$ $4, \frac{1}{9}$

۲۵

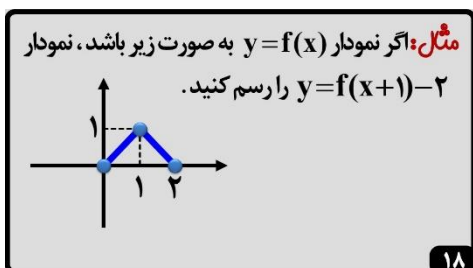
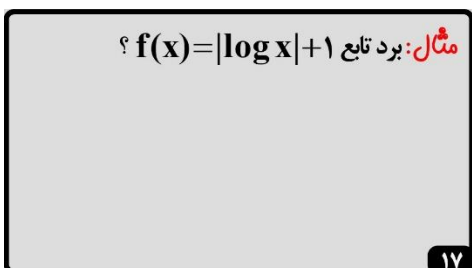
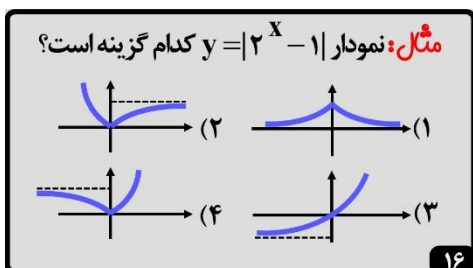
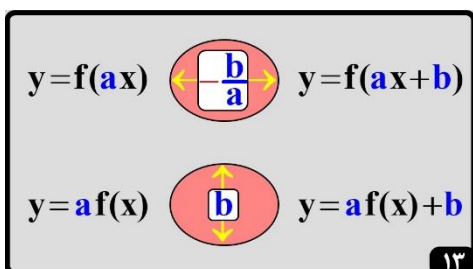
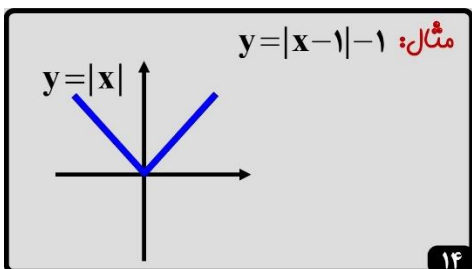
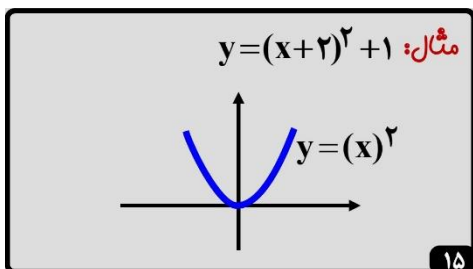
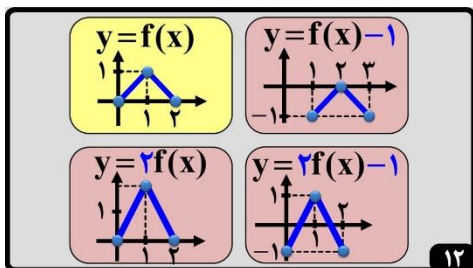
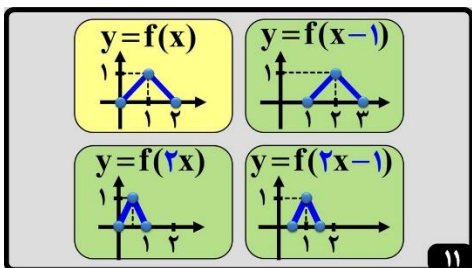
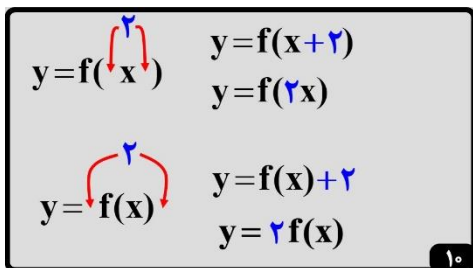
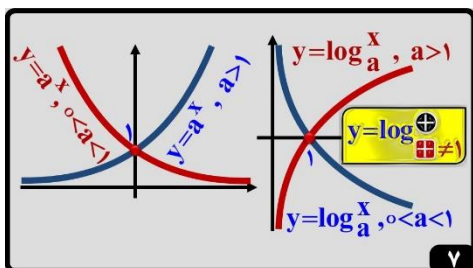
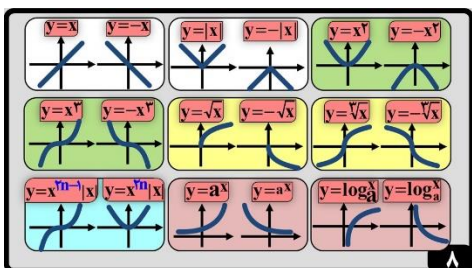
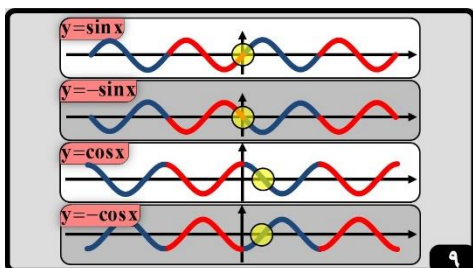
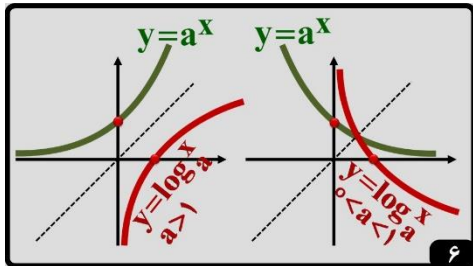
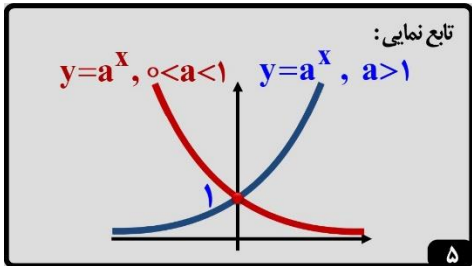
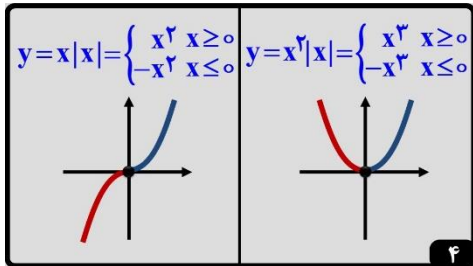
مثال: اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = \Delta x + k$ و $f \circ g(x) = g \circ f(x)$ آنگاه مقدار k کدام است؟

12 (۴) -12 (۳) 6 (۲) -6 (۱)

۲۸



تبدیل توابع



نیاز به مرور شماره: باموضوع: تکرار مرورها:

یادداشت:

نیاز به مرور شماره: باموضوع: تکرار مرورها:

یادداشت:

نیاز به مرور شماره: باموضوع: تکرار مرورها:

یادداشت:

مثال: با توجه به نمودار f نمودار $y=2f(x)$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع $y=\sin 2x$ را در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ رسم کنید.

مثال: با توجه به نمودار $y=f(x)$ نمودار $y=f(\frac{x}{2})$ را رسم کنید.

مثال:

مثال: نمودار تابع $y=\sqrt{3-2x}$ را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل می کنیم، سپس آن را نسبت به محور عرض ها قرینه کرده و در نهایت 1 واحد به سمت پایین منتقل می کنیم. ضابطه نمودار تابع حاصل کدام است؟

مثال: تمام نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل زیر است.

دامنه $y=4f(2x-1)+3$ □
 برد $y=4f(2x-1)+3$ □
 $A(3,0) \in f(x) \rightarrow A'(\square, \square) \in 4f(2x-1)+3$ □

$y=f(x) \rightarrow y=af(bx+c)+d$

$y=f(x)$	$y=2f(-2x+4)+1$
D_f	
R_f	
$A \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$	

مثال:

سج 94: شکل زیر، نمودار تابع $y=f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{x}f(x)$ کدام است؟

$[-1, 1] \cup [0, 6]$
 $[-3, 1] \cup [0, 2]$
 $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
 $[-5, -3] \cup [0, 2]$

$D_f = [1, 2]$ $D_{f(2x-1)} = [,]$
 $D_f = [-2, 1]$ $D_{f(-3x+1)} = [,]$
 $D_f = [,]$ $D_{f(-x+2)} = [-1, 1]$
 $D_f = [,]$ $D_{f(2x-4)} = [1, 2]$

$D_f(x) = [1, 3]$ $D_{f(2x+1)} = [1, 3]$
 $D_{f(2x+1)} = ?$ $D_{f(x)} = ?$
 $D_{f(\frac{x}{2})} = ?$

مثال: اگر $D_f = [-3, 5]$ و $D_g = [-2, 1]$ مطلوب است تعیین دامنه تابع: $y=4f(2x-1)-g(3x+1)$

مثال: نمودار تابع f داده شده، دامنه تابع $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(-x)}$ را بنویسید.

مثال: شکل روبه رو نمودار تابع f است. دامنه تابع $g(x) = \frac{2x}{f(x)}$ کدام است؟

(1) $\mathbb{R} - \{-2, -1, 3\}$
 (2) $\mathbb{R} - \{-1\}$
 (3) $\mathbb{R} - \{-2, 3\}$
 (4) \mathbb{R}

نیاز به مرور شماره: باموضوع: تکرار مرورها:
 یادداشت:

نیاز به مرور شماره: باموضوع: تکرار مرورها:
 یادداشت:

مثال: نمودار f داده شده، دامنه تابع g با ضابطه $g(x) = \frac{x+f(1-x)}{f(x)}$ کدام است؟

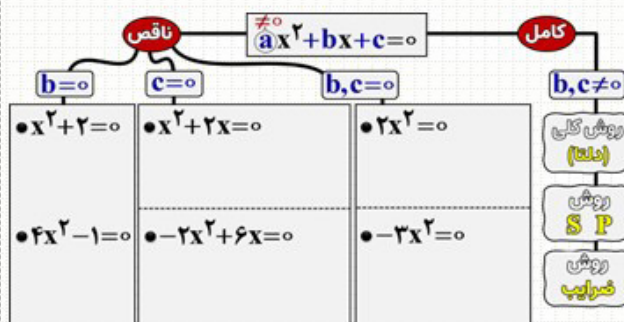
(1) $\{0, 1\} - \{-1, 1\}$
 (2) $\{0, 1\}$
 (3) $\{0, 1\} - \{-1, 1\}$
 (4) $\{0, 1\}$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

معادله درجه ۲ و روش های حل آن (روش دلتا)



○ **خ انسانی**
اگر معادله $\frac{x^2-a}{x+3}=2x-1$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات a ، کدام می تواند باشد؟

$a > \frac{3\sqrt{4}}{4}$ $a < \frac{3\sqrt{4}}{4}$ $a > 9$ $a < 9$

○ **تألیفی**

اگر معادله $(a-2)x^2+2x-1=0$ دارای دو ریشه حقیقی باشد، محدوده a کدام است؟

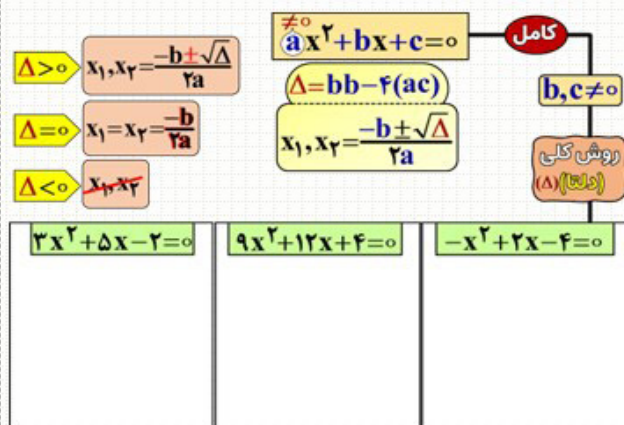
$a < -2$ $a \leq 2$ $a \geq 2, a \neq 2$ $a \geq 2$

○ **تألیفی**

اگر معادله $(2x+1)^2=x^2+m$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده m کدام است؟

$m < \frac{1}{4}$ $m > \frac{1}{4}$ $m < -\frac{1}{4}$ $m > -\frac{1}{4}$

کامل (روش دلتا)



● $4x^2-2x-1=x$

● $\frac{9}{16}x^2=3x-4$

● $(2x+1)(x-1)=-2$

● $x+\frac{1}{x}=\frac{5}{4}$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

کامل (روش S و P)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$d = |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

مثال

$$32x^2 - 12x - 27 = 0$$

$$\bullet 16x^2 - 26x + 3 = 0$$

$$\bullet 9x^2 - 21x + 10 = 0$$

$$\bullet 12x^2 + 11x - 5 = 0$$

$$\bullet 10x^2 - 19x - 15 = 0$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

S = P = d =

$$9x^2 + 12x + 4 = 0$$

S = P = d =

تألیفی

اگر فاصله ریشه های معادله $x^2 + (6m-1)x - \sqrt{2} = 0$ برابر $2\sqrt{5}$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر m کدام است؟

$$-\frac{1}{4}(4) \quad -\frac{1}{4}(3) \quad \frac{1}{4}(2) \quad \frac{1}{4}(1)$$

کامل (روش ضربی)

$a+b+c=0$ $x_1=1$ $x_2=\frac{c}{a}$	$2x^2+3x-5=0$ $x=1 \vee x=-\frac{5}{2}$
$a+c=b$ $x_1=-1$ $x_2=\frac{-c}{a}$	$3x^2-2x-5=0$ $x=-1 \vee x=\frac{5}{3}$

$x^2+7x+10=0$	$3x^2-7x+2=0$
$x^2-197x-600=0$	



فصل: تابع

تابع و درجه دو

$$a(\text{○})^2 + b(\text{○}) + c = 0 \rightarrow \text{○} = \checkmark \rightarrow x = \checkmark$$

$$\bullet x - 4\sqrt{x} - 5 = 0$$

$$\bullet 3x^2 + 4|x| - 7 = 0$$

$$\bullet x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

○ تأییدی

حاصل جمع ریشه های حقیقی معادله زیر، کدام است؟

$$(x^2 - x)^2 - 2(x^2 - x) - 3 = 0$$

معادله درجه ۲ و روش های حل آن (روش دلتا)

$$\bullet 5x^2 + 28x + 23 = 0$$

a,b,c

S,P

Δ

$$\bullet x^2 - 10x + 24 = 0$$

a,b,c

S,P

Δ

$$\bullet 5x^2 - 13x + 6 = 0$$

a,b,c

S,P

Δ

$$\bullet 4x^2 + 7x - 3 = 0$$

a,b,c

S,P

Δ

۴(۴)

۲(۲)

۲(۲)

۱(۱)



فصل: تابع

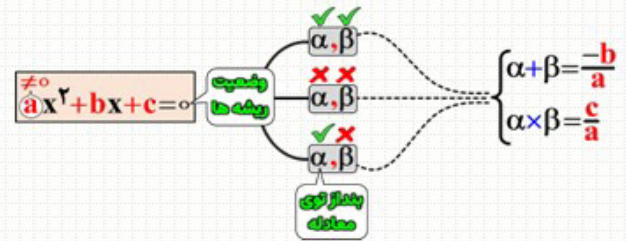
تابع و درجه دو

تالیفی

اگر مربع $۳x+۲$ از دو برابر $۳x+۲$ واحد بیشتر باشد، مقدار بزرگ تر x کدام است؟

- $\frac{۲}{۳}(۴)$
- $\frac{۲}{۳}(۳)$
- $-\frac{۴}{۳}(۲)$
- $\frac{۴}{۳}(۱)$

ریشه دیدم جمع می کنم ، ضرب می کنم .



تالیفی

اعداد $-\frac{۲}{۳}$ و ۳ ، ریشه های معادله $۳x^2 + mx + n = 0$ هستند. مقدار $m + n$ کدام است؟

- $-۱۴(۴)$
- $-۱۳(۳)$
- $-۱۲(۲)$
- $-۱۱(۱)$

انسانی ۹۱

جواب های کدام معادله به صورت $\frac{۲ \pm \sqrt{۳}}{۳}$ است؟

$x^2 + 2x - 1 = 0$ (۱) $4x^2 - 2x + 1 = 0$ (۲)

$2x^2 - 2x + 1 = 0$ (۳) $4x^2 - 8x + 1 = 0$ (۴)

خ انسانی ۸۵

اگر عدد $\frac{۳}{۴}$ یکی از ریشه های معادله $mx^2 - 8x + m - 1 = 0$ باشد. حاصل ضرب ریشه های معادله کدام است؟

- $\frac{۴}{۳}(۴)$
- $\frac{۱}{۳}(۳)$
- $\frac{۳}{۴}(۲)$
- $۴(۱)$

تالیفی

اگر $x=۳$ ریشه معادله $(a+1)x^2 - (2a+3)x - 6 = 0$ باشد. ریشه دیگر کدام است؟

- $-\frac{۴}{۳}(۴)$
- $\frac{۴}{۳}(۳)$
- $-\frac{۲}{۳}(۲)$
- $\frac{۲}{۳}(۱)$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

تألیفی

اگر یکی از ریشه های معادله $2x^2 + kx + 16 = 0$ ، مربع ریشه دیگر باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱-۰ (۱) ۲-۸ (۲) ۳-۱۲ (۳) ۴-۹ (۴)

انسانی ۸۶

اگر یکی از ریشه های معادله $4x^2 - 4x + a = 0$ ، دو واحد بیشتر از ریشه دیگر باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱-۳ (۱) ۲-۲ (۲) ۳-۱ (۳) ۴-۳ (۴)

تألیفی

اگر یکی از ریشه های معادله $3x^2 - 17x + m = 0$ از سه برابر ریشه دیگر ۳ واحد بیشتر باشد، مقدار m چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲-۱۰ (۲) ۳-۱۲ (۳) ۴-۱۵ (۴)

انسانی ۹۵

به ازای یک مقدار m ، ریشه های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ معکوس یکدیگرند. مجموع این دو ریشه کدام است؟

- ۱-۱/۵ (۱) ۲-۱/۵ (۲) ۳-۲ (۳) ۴-۳ (۴)

تألیفی

به ازای یک مقدار m ، ریشه های $2x^2 + (m^2 - 9)x + m + 2 = 0$ قرینه یکدیگرند. حاصل ضرب ریشه های معادله کدام است؟

- ۱) ۱/۴ ۲) -۱/۴ ۳) ۵/۴ ۴) -۵/۴

انسانی ۸۶

در معادله درجه دوم $mx^2 - 12x + 9 = 0$ اگر تفاضل ریشه ها برابر صفر باشد، ریشه این معادله کدام است؟

- ۱) -۳/۴ ۲) ۳/۴ ۳) ۲/۴ ۴) ۳ (۴)

تألیفی

اگر α و β ریشه های معادله $3x^2 - 2mx + 4 = 0$ باشند و $\alpha\beta + 4 = 0$ آن گاه مقدار m کدام است؟

- ۱) ۲/۵ ۲) ۱/۵ ۳) -۵/۴ ۴) ۷/۴

تألیفی

در معادله $2x^2 - 2x + m - 1 = 0$ اگر $x_1 - x_2 = 1/3$ باشد، مقدار m کدام است؟ (x_1 و x_2 ریشه های معادله اند.)

- ۱) ۷ (۱) ۲) -۷ (۲) ۳) ۶ (۳) ۴) -۶ (۴)



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ تألیفی

اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $-2x^2 + 8x + m + 1 = 0$ باشد و اختلاف دوریشه برابر ۱۰ باشد، حاصل $x_1 + x_2 - m$ کدام است؟
($x_1 > x_2$)

۷(۱) -۷(۲) ۸(۳) -۸(۴)

○ تجربی

معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دوریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه ها با معکوس حاصلضرب آن دوریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

۳/۵(۱) ۳(۲) -۱(۳) -۲/۵(۴)

○ خ انسانی ۸۷

در معادله درجه دوم $4x^2 + kx = 21$ اگر مجموع دوریشه برابر ۲- باشد، ریشه بزرگتر کدام است؟

۲(۱) -۲(۲) ۴(۳) -۴(۴)

○ تجربی ۸۲

به ازای کدام مقلد m ، عدد $\frac{1}{8}$ واسطه حسابی بین دوریشه حقیقی معادله $(m^2 - 4)x^2 - 2x + m = 0$ است؟

۳(۱) -۳(۲) ۴(۳) -۴(۴)

۳/۴(۱) ۳/۴(۲) ۷/۴(۳) ۷/۴(۴)

○ انسانی ۹۲

در معادله درجه دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ اگر مجموع ریشه ها برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه بزرگ تر کدام است؟

۱/۳(۱) ۲/۳(۲) ۱(۳) ۴/۳(۴)

○ تألیفی

اگر حاصل ضرب ریشه های معادله $(-2k)x^2 + 2x + (1-2k) = 0$ برابر ۱- باشد، مجموع معکوس ریشه ها کدام است؟



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ تخ جربی ۸۲

به ازای کدام مقدار m ، عدد $\sqrt{3}$ واسطهٔ همنسی بین ریشه های حقیقی معادله

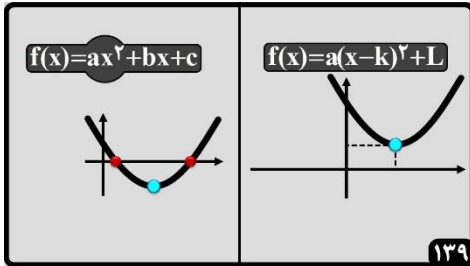
حقیقی معادله $m^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$ است؟

-۳(۴)

۳(۳)

-۱(۲)

۱(۱)



مثال: در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ رابطه $\Delta = 5a$ برقرار است. کدام خط بر سهمی مذکور مماس است؟
 $y = -\frac{5}{4}x$ (۴) $y = -5(3)$ (۳) $y = \frac{5}{4}x$ (۲) $y = 5(1)$

مثال: رأس سهمی $y = 2x^2 - 7x + \frac{1}{8}$ کدام است؟
 (۱) $(\frac{7}{4}, \frac{25}{4})$
 (۲) $(\frac{7}{4}, -6)$
 (۳) $(\frac{7}{4}, -6)$
 (۴) $(\frac{7}{4}, \frac{25}{4})$

مثال: اگر رأس سهمی $y = mx^2 - 6mx + 10$ روی خط $y = 1$ باشد، مقدار m کدام است؟
 -۴(۱)
 ۱(۲)
 ۲(۳)
 ۸(۴)

مثال: اگر بیشترین مقدار عبارت $y = -2x^2 + 4x + m - 1$ برابر ۳ باشد، مقدار m کدام است؟
 ۲(۱)
 ۳(۲)
 ۴(۳)
 ۵(۴)

مثال: اگر کمترین مقدار $y = x^2 - 6x + m - 1$ برابر ۴ باشد، مقدار m کدام است؟
 ۸(۱)
 ۱۰(۲)
 ۱۲(۳)
 ۱۴(۴)

مثال: اگر خط $x = -3$ محور تقارن سهمی به معادله زیر باشد $y = 2x^2 - (m+5)x + 11$ ، کدام خط بر سهمی مماس است؟
 $y = 9(1)$
 $y = -9(2)$
 $y = -7(3)$
 $y = 7(4)$

مثال: شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می باشد. مقدار $8a - 2c$ کدام است؟
 ۳(۱)
 -۳(۲)
 ۶(۳)
 -۶(۴)

مثال: رأس سهمی $y = -mx^2 + 2x + \frac{1}{m}$ روی کدام خط است؟ ($m \neq 0$)
 $y = x(1)$
 $y = 2x(2)$
 $y = 3x(3)$
 $y = 4x(4)$

مثال: نقطه مینیمم سهمی به معادله $y = a(x-1)^2 + k$ بر نقطه ماکسیمم سهمی به معادله $y = -ax^2 + 4x + 5$ منطبق می باشد. $k + 2a$ کدام است؟
 ۹(۱)
 ۱۱(۲)
 ۷(۳)
 ۱۳(۴)

مثال: رأسهای دو سهمی زیر، بر هم منطبق اند. مقدار ab کدام است؟
 $y = x^2 - 4x + 5$
 $y = ax^2 + bx - 3$
 ۳(۱)
 -۴(۲)
 -۲(۳)
 -۶(۴)

مثال: رأس سهمی $y = x^2 - 2mx + 1$ نقطه ای روی سهمی $y = 2x - x^2 + m - 5$ مقدار m کدام است؟
 ۱(۱)
 ۲(۲)
 ۳(۳)
 ۴(۴)

مثال: با توجه به شکل مقابل، حاصل c کدام است؟
 $y = ax^2 - 4x + c$
 $y = -x^2 + 2ax + c$
 ۱۵(۱)
 -۱۵(۲)
 ۱۲(۳)
 -۱۲(۴)

مثال: جدول تعیین علامت مربوط به تابع درجه دوم زیر است. کدام گزینه در مورد این تابع درست است؟
 $f(x) = ax^2 + 4x + c$

x	-1	2
$f(x)$	-	+

۱) مینیممی برابر ۴/۵ دارد.
 ۲) ماکزیممی برابر ۹ دارد.
 ۳) ماکزیممی برابر ۴/۵ دارد.
 ۴) ماکزیممی برابر ۹ دارد.

مثال: اگر خط $x = 2$ محور تقارن سهمی زیر باشد، سهمی دارای است.
 $y = (m-2)x^2 + (1-3m)x + 1$
 ۱) مینیممی برابر ۱۷/۵
 ۲) مینیممی برابر ۱۹
 ۳) ماکزیممی برابر ۱۷/۵
 ۴) ماکزیممی برابر ۱۹

یادداشت

یادداشت

یادداشت

مثال: در سهمی $y = ax^2 + bx + 2$ به شکل زیر، اگر مساحت مستطیل هاشور زده ۱۰ واحد مربع باشد، b کدام است؟

(۱) $b = 1$
 (۲) $b = -\frac{4}{5}$
 (۳) $b = \frac{4}{5}$
 (۴) $b = \frac{1}{5}$

۱۵۶

مثال: معادله سهمی $y = ax^2 + 4x + c$ به شکل زیر می باشد. مساحت مثلثی که رئوسش، نقطه اکسترمم و محل برخورد سهمی با محور طول ها می باشد، کدام است؟

(۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۵۵

مثال: سهمی $y = -x^2 + 2mx + n$ در زیر رسم شده است. معادله محور تقارن سهمی کدام است؟

(۱) $x = 2$
 (۲) $x = -3$
 (۳) $x = -2$
 (۴) $x = -\frac{3}{2}$

۱۵۴

مثال: محور تقارن سهمی $y = x^2 - (a-2)x + 1$ خط $x = \frac{1}{3}$ است. رأس این سهمی روی کدام یک از خطهای زیر قرار دارد؟

(۱) $y = \frac{1}{3}$
 (۲) $y = \frac{2}{3}$
 (۳) $y = -\frac{2}{3}$
 (۴) $y = -\frac{1}{3}$

۱۵۷

مثال: شکل زیر نمودار سهمی $y = mx^2 - nx - 2$ می باشد. مقدار k کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{2}$
 (۲) $1 + \sqrt{3}$
 (۳) $1 + \sqrt{5}$
 (۴) $1 + \sqrt{6}$

۱۵۸

مثال: در شکل زیر، مساحت مثلث AOB چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{8}$
 (۲) $\frac{\sqrt{2}}{8}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۵۹

مثال: در شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. اگر $AB = CD$ باشد، مساحت دوزنقه ABFE چند واحد مربع است؟

(۱) ۱۸
 (۲) ۱۶
 (۳) ۲۰
 (۴) ۱۴

۱۶۲

مثال: سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. فاصله عرض رأس سهمی از عرض از مبدا کدام است؟

(۱) ۸
 (۲) ۶
 (۳) ۵
 (۴) ۴

۱۶۱

مثال: رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $A(2, 1)$ بوده و سهمی از نقطه $B(1, 3)$ می گذرد. عرض نقطه برخورد سهمی با خط $x = -1$ کدام است؟

(۱) ۳
 (۲) ۱۹
 (۳) -۱
 (۴) ۱۷

۱۶۰

مثال: سهمی به معادله $y = -x^2 + 2\sqrt{m}x + n$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $AB = CD$ باشد، m کدام است؟

(۱) فقط ۲
 (۲) فقط ۶
 (۳) ۲, ۶
 (۴) موجود نیست

۱۶۳

مثال: سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. طول پاره خطی که خط $y = 2$ با سهمی ایجاد می کند چیست؟

(۱) ۵
 (۲) ۶
 (۳) ۷
 (۴) ۸

۱۶۴

مثال: اگر خط $y = \frac{a}{3}x + \frac{b}{4}$ سهمی $y = x^2 - 6x + 3$ را در دو نقطه با فاصله های یکسان از رأس قطع کند، چند مقدار صحیح نامثبت می تواند اختیار کند؟

(۱) ۹
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۱
 (۴) ۱۲

۱۶۵

مثال: نمودار $f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$ مفروض است. دامنه $g(x) = (\sqrt{\beta}x^2 + (\alpha+1)x - 3a)^{-1}$ چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟ ($\alpha < \beta$)

۱۶۶

پادشاهت

پادشاهت

پادشاهت



فصل: تابع

مثال

اگر حاصل جمع دو عدد برابر ۱۳ و حاصل ضربشان ۳۶ باشد:

● قدر مطلق تفاضل ریشه ها ؟

تألیفی

اگر مجموع ریشه های معادله $x^2 + (6m-1)x - 4 = 0$ نصف حاصل ضرب

ریشه ها باشد، قدر مطلق تفاضل ریشه ها کدام است؟

$4\sqrt{5}(4)$ $3\sqrt{5}(3)$ $2\sqrt{5}(2)$ $\sqrt{5}(1)$

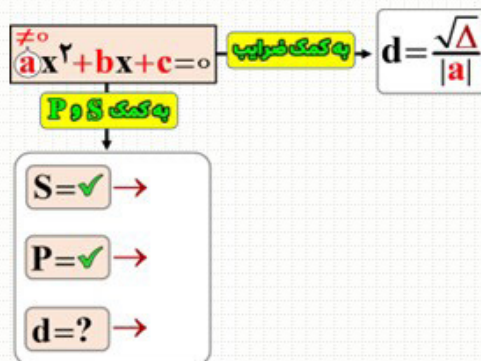
تألیفی

اگر مجموع ریشه های معادله $(x-3)^2 + x(x+m) - 4 = 0$ برابر با $3/5$

باشد، قدر مطلق اختلاف ریشه های این معادله کدام است؟

$2(4)$ $1/5(3)$ $1(2)$ $0/5(1)$

فاصله دو ریشه (حرف آخر)



مثال

اگر α و β ریشه های معادله زیر $3x^2 + 6x + 2 = 0$ باشند:

● قدر مطلق تفاضل ریشه ها ؟



فصل: تابع

تابع و درجه دو

روابط بین ریشه ها (SPd)

$$x^2 - 6x + 4 = 0$$

$\Delta =$
 $S =$
 $P =$
 $d =$

- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha}$
- $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} =$
- $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} =$
- $\alpha^r \beta + \alpha \beta^r =$

مجموع مربعات ریشه ها

مجموع مربعات ریشه ها

مجموع مکعبات ریشه ها

تفاضل مربعات ریشه ها

تفاضل مکعبات ریشه ها

مجموع جذر ریشه ها

تفاضل جذر ریشه ها

تألیفی

اگر مجموع مربعات ریشه های حقیقی $x^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ باشد.

مقدار m کدام است؟

هیچ مقدار m $-7, 1$ $-7, 2$ $1, 0$

تألیفی

در معادله $3x^2 - 5x + 1 = 0$ مجموع مربعات ریشه ها، چند برابر مجموع مکعبات

ریشه ها است؟

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$S =$
 $P =$
 $d =$

• $\alpha^r + \beta^r =$

• $\alpha^r + \beta^r =$

• $\alpha^r - \beta^r =$

• $\alpha^r - \beta^r =$

• $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} =$

$\frac{\Delta \cdot 0}{F^2} (4)$

$\frac{F^2}{\Delta \cdot 0} (3)$

$\frac{\Delta \cdot 0}{\Delta Y} (2)$

$\frac{\Delta Y}{\Delta \cdot 0} (1)$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ ریاضی

به زاویه کدام مقدار m ، مجموع جذر هر دو ریشه معادله درجه دوم $2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۲ می باشد؟

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

ریشه α, β

$$x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\bullet \alpha(\alpha - 6) + 1 =$$

$$\bullet \beta + \frac{4}{\beta} =$$

$$\bullet (\alpha^2 - 6\alpha + 7)(\beta^2 - 6\beta + 5) =$$

$$\bullet \alpha^2 + 6\beta + 4 =$$

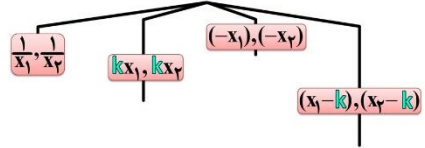
$$\bullet \alpha^2 + 4\alpha + 6\beta^2 =$$

مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد

مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش قرینه هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد

۸۷

$$ax^2 + bx + c = 0$$



۸۶

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $2x(2x-2) = 7$ باشند ریشه های کدام معادله به صورت $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ است؟

$$\begin{aligned} 7x^2 + 54x + 12 &= 0 & (1) \\ 7x^2 - 12x + 54 &= 0 & (2) \\ 7x^2 - 54x + 12 &= 0 & (3) \\ 7x^2 + 12x - 54 &= 0 & (4) \end{aligned}$$

۹۰

سؤال ۸۶: اگر هر یک از ریشه های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد کدام است a ؟

مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن دو برابر ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد.

۸۸

سؤال ۹۴: ریشه های کدام معادله، از معکوس ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 1 &= 0 & (1) \\ x^2 + 3x + 1 &= 0 & (2) \\ x^2 - 5x + 2 &= 0 & (3) \\ x^2 + 5x + 2 &= 0 & (4) \end{aligned}$$

۹۳

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $3x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند معادله ای را بنویسید که ریشه هایش به صورت زیر باشد.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta} \\ \frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{3\beta} \\ \frac{1}{\alpha-1}, \frac{1}{\beta-1} \\ \frac{-1}{\alpha+2}, \frac{-1}{\beta+2} \end{aligned}$$

۹۲

سؤال ۸۷: ریشه های معادله $x^2 + ax + b = 0$ یک واحد از ریشه های معادله $2x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است. b کدام است؟ a کدام است؟

۹۱

مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش از دو برابر هر ریشه از معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ یک واحد کمتر باشد.

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $x(\Delta x - 3) = 11$ باشند به ازای کدام مقدار m مجموعه جواب معادله $3x^2 + mx - 5 = 0$ به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha+1}, \frac{1}{\beta+1} \right\}$ است؟

$$\begin{aligned} 7 & (1) \\ 13 & (2) \\ -7 & (3) \\ -13 & (4) \end{aligned}$$

۹۵

سؤال ۹۲: اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند مجموعه جواب های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

$$\begin{aligned} 4x^2 - 5x + 1 &= 0 & (1) \\ 4x^2 - 3x + 1 &= 0 & (2) \\ 4x^2 - 5x - 1 &= 0 & (3) \\ 4x^2 - 3x - 1 &= 0 & (4) \end{aligned}$$

۹۴

مثال: دو سهمی $f(x) = x^2 - 3x + m$ و $g(x) = x^2 + x + n$ دارای یک ریشه مشترک هستند. اگر $x = 1$ یکی از ریشه های $f(x) = 0$ باشد n کدام است؟ $(1) 2, (2) 3, (3) 4, (4) -6$

۹۹

مثال: نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - 16x + 29$ را 3 واحد به سمت چپ و 4 واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا به نمودار $y = g(x)$ برسیم. طول نقطه تلاقی توابع f و g کدام است؟

$$\begin{aligned} \frac{17}{6} & (1) \\ \frac{19}{6} & (2) \\ \frac{13}{6} & (3) \\ \frac{31}{6} & (4) \end{aligned}$$

۹۸

مثال: اگر α و β ریشه های $x(x-3) = 11$ و $\left\{ \frac{-2}{\alpha+1}, \frac{-2}{\beta+1} \right\}$ ریشه های معادله $7x^2 + mx + n = 0$ باشند حاصل $m-n$ چیست؟

$$\begin{aligned} 17 & (1) \\ 13 & (2) \\ 11 & (3) \\ 22 & (4) \end{aligned}$$

۹۷

مثال: اگر معادله های $x^2 - 2x + a = 0$ و $x^2 - ax + 2 = 0$ دقیقاً یک ریشه مشترک داشته باشند مقدار a کدام است؟

$$\begin{aligned} 3 & (1) \\ -3 & (2) \\ 2 & (3) \\ -2 & (4) \end{aligned}$$

X_1, X_2 (مختلف علامت) a, c ($\Delta > 0$)
 X_1, X_2 (هم علامت) a, c ($\Delta = 0$)
 a, c (هم علامت) ($\Delta < 0$)

$y = 3x^2 + 2x + 1$ $y = -3x^2 - 4x + 1$

$y = 1$ $y = 2x + 1$

$y = 3x^2 + 2x + 1$ $y = -3x^2 + 2x + 1$

• $y = 3x^2 - 2x - 1$ • $y = 2x^2 + x + 1$
 • $y = x^2 - 2x + 1$ • $y = x^2 - x - 5$
 • $y = x^2 - 4x - 1$ • $y = -x^2 + x + 3$
 • $y = -2x^2 + 3x + 1$ • $y = -x^2 + x - 1$
 • $y = -x^2 + 3x - 2$ • $y = -5x^2 + x + 1$
 • $y = -3x^2 - x + 2$ • $y = 2x^2 + 4x$
 • $y = -3x^2 - 2x - 5$ • $y = 2x^2 - x$

مثال: در صورتی که تابع $y = 2x^2 + ax + a - \frac{1}{3}$ محور x ها را در طرفین محور y ها قطع کند، آنگاه حدود تغییرات a چگونه است؟

(۲) $2 < a < 6$ $a < 2 \vee a > 6$ (۱)
 (۳) $a < \frac{2}{3}$ (۴) $a > \frac{2}{3}$

مثال: کدام سهمی محور طول ها را قطع نمی کند؟

(۱) $y = 3x^2 - 2x - 4$
 (۲) $y = -x^2 + 5x - 2$
 (۳) $y = 2x^2 - 3x + 5$
 (۴) $y = -3x^2 + 6x + 1$

• $y = 3x^2 - 2x + 5$
 • $y = x^2 - 2x + 1$
 • $y = 2x^2 + 4x$
 • $y = x^2 - 4x - 1$
 • $y = -2x^2 + 3x + 1$
 • $y = -x^2 + 3x - 2$
 • $y = -3x^2 - x + 2$

مثال: کدام تعیین علامت به ازای تمام مقادیر a غلط است؟

(۱) $\frac{x}{(a-1)x^2 + x - 1}$
 (۲) $\frac{x}{-(x-1)^2 + a}$
 (۳) $\frac{x}{\sqrt{a}x^2 - 2x + 2a}$
 (۴) $\frac{x}{\sqrt{a}x^2 - 2x + 2a}$

مثال: اگر معادله $x^2 - 3x + m = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، کدام معادله ریشه حقیقی ندارد؟

(۱) $x^2 + x - 4m = 0$
 (۲) $mx^2 + x - 1 = 0$
 (۳) $2x^2 + x + 2m = 0$
 (۴) $x^2 - 2mx + 4 = 0$

مثال: کدام یک سهمی به معادله $y = 4x^2 - 3x - 2$ است؟

مثال: کدام یک سهمی به معادله $y = 4x^2 - 3x + 2$ است؟

مثال: سهمی به معادله $y = -2x^2 + 7x - 1$ از کدام ناحیه صفحه مختصات نمی گذرد؟

(۱) اول
 (۲) دوم
 (۳) سوم
 (۴) چهارم

مثال: معادله سهمی زیر به کدام صورت می تواند باشد؟

(۱) $y = -x^2 - x - 1$
 (۲) $y = -2x^2 - 5x - 2$
 (۳) $y = -x^2 + 4x - 2$
 (۴) $y = -x^2 - 2x + 1$

مثال: معادله سهمی زیر کدام می تواند باشد؟

(۱) $y = x^2 - \sqrt{5}x + 1$
 (۲) $y = x^2 + \sqrt{14}x + 3$
 (۳) $y = x^2 + \sqrt{11}x - 3$
 (۴) $y = x^2 - \sqrt{8}x + 2$

مثال: اگر شکل زیر، نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد، کدام نامساوی همواره درست است؟

(۱) $ac < 0$
 (۲) $bc < 0$
 (۳) $\frac{a-c}{b} < 0$
 (۴) $abc < 0$

مثال: کدام گزینه سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را نشان می دهد که در آن $a \times b \times c \times \Delta < 0$ می باشد؟

مثال: در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ضرایب a, b, c مثبتند. نمودار تابع الزاماً از کدام ناحیه عبور نمی کند؟

مثال: معادله سهمی زیر به صورت $y = ax^2 - bx + c$ است. سهمی $y = -cx^2 + bx + a$ الزاماً از کدام ناحیه نمی گذرد؟

(۱) اول
 (۲) دوم
 (۳) سوم
 (۴) چهارم

یادداشت

یادداشت

یادداشت

مثال: اگر $\frac{b^2}{4a} < c$ کدام شکل می تواند مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد؟

۱۸۹

مثال: اگر $\frac{b^2}{4c} < a$ کدام شکل می تواند مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد؟

۱۸۸

مثال: نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر آمده است. کدام گزینه صحیح است؟

۱۸۷

- (۱) $abc < 0$
- (۲) $\frac{\Delta}{4a} = c - a$
- (۳) $\alpha^2 + \beta^2 > 0$
- (۴) $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{6c - 4a}{a}$

مثال: نمودار سهمی $f(x) = x^2 - 2bx + c$ به شکل زیر می باشد. حاصل $c - 2b$ کدام است؟ (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۹۰

مثال: رأس سهمی $y = x^2 - 2nx + m$ نقطه $(2, -3)$ است. مساحت مثلثی که از اتصال ریشه ها و عرض از مبدا این سهمی ایجاد می شود چند واحد مربع است؟

- (۱) $\sqrt{12}$
- (۲) $2\sqrt{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) $\sqrt{5}$

۱۹۱

مثال: نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر می باشد. کدام خط بر نمودار سهمی $g(x) = bx^2 + cx + a$ مماس است؟

۱۹۲

- (۱) $y = 2$
- (۲) $y = \frac{3}{16}x$
- (۳) $y = \frac{1}{8}x$
- (۴) $y = \frac{3}{16}$

مثال: نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر می باشد. کدام خط محور تقارن سهمی $g(x) = cx^2 + ax + b$ می باشد؟

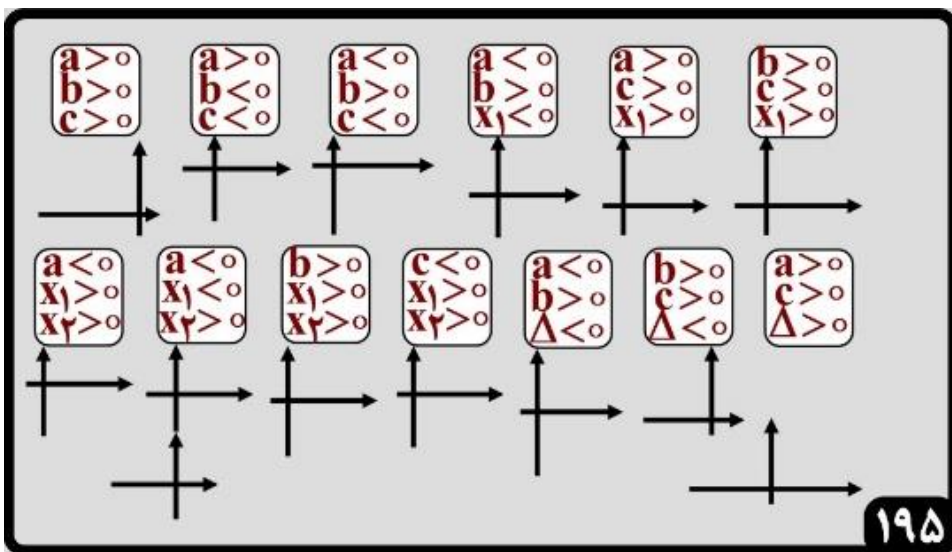
۱۹۳

- (۱) $x = -\frac{1}{2}$
- (۲) $x = \frac{1}{2}$
- (۳) $x = -\frac{1}{3}$
- (۴) $x = \frac{1}{3}$

مثال: شکل زیر نمودار سهمی $y = -x^2 + (m-2)x + m^2$ بوده و A رأس سهمی می باشد. اگر خط $y = 1$ سهمی را در نقاط D و E قطع کند، مساحت ذوزنقه BCED کدام است؟

۱۹۴

- (۱) $2 + \sqrt{3}$
- (۲) $1 + \sqrt{3}$
- (۳) $3 + \sqrt{2}$
- (۴) $2 + \sqrt{2}$



۱۹۵

احتمالی: اگر یکی از ریشه های معادله درجه دوم زیر منفی باشد محدود m کدام است و ریشه دیگر چه علامتی دارد؟

$-2x^2 + x + m - 1 = 0$

(۱) $m > 1$ ، مثبت
 (۲) $m < 1$ ، منفی
 (۳) $m > 1$ ، منفی
 (۴) $m < 1$ ، مثبت

۱۹۶

احتمالی: اگر یکی از ریشه های معادله زیر مثبت باشد، بزرگترین محدود m کدام است و ریشه دیگر چه علامتی دارد؟

$x^2 + (1-m)x + 1 = 0$

(۱) $m \geq 3$ ، مثبت
 (۲) $m < 1$ ، منفی
 (۳) $m \leq 3$ ، منفی
 (۴) $m > 1$ ، مثبت

۱۹۷

۹۵: به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله زیر، محور x ها را در دو نقطه به طولهای منفی، قطع میکند؟

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$

۱۹۸

مثال: معادله درجه دوم زیر دارای دو ریشه مثبت است. a در کدام محدوده است؟ $(a-1)x^2 + x - a = 0$

(۱) $a \in (0, 1)$
 (۲) $a \in (\frac{1}{4}, 1)$
 (۳) $a \in (0, \frac{3}{4})$
 (۴) $a \in (-\frac{3}{4}, \frac{3}{4})$

۲۰۱

مثال: به ازای چند عدد صحیح برای m ، معادله درجه دوم زیر دارای دو ریشه متمایز مثبت است؟ $mx^2 - 4x + m - 3 = 0$

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

۲۰۰

س ۹۶: به ازای کدام مقدار a معادله درجه دوم زیر دارای دو ریشه مثبت است؟ $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$

(۱) $-2 < a < 2$
 (۲) $2 < a < 14$
 (۳) $2 < a < 5$
 (۴) $5 < a < 14$

۱۹۹

یادداشت

یادداشت

یادداشت

اگر عبارت $ax^2+bx+c=0$:

- دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد.
- دارای دو ریشه حقیقی باشد.
- یک ریشه مضاعف داشته باشد.
- ریشه حقیقی نداشته باشد.
- همواره مثبت باشد.
- همواره منفی باشد.
- نامنفی باشد.
- نامثبت باشد.

۲۰۴

مثال: اگر تابع درجه دوم زیر فاقد ریشه حقیقی باشد، بزرگترین محدوده m کدام است و راس تابع در کدام ناحیه قرار دارد؟

$$(m-1)x^2+x+1=0$$

- (۱) $m > 1$ ، اول
- (۲) $m > \frac{5}{4}$ ، اول
- (۳) $m > 1$ ، دوم
- (۴) $m > \frac{5}{4}$ ، دوم

۲۰۳

مثال: اگر منحنی به معادله $y=2x^2-4x+m-3$ محور X ها را در ۲ نقطه متمایز به طول های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

۲۰۲

مثال: به ازای چه مقادیری از m نمودار تابع زیر، با محور طول ها یک پاره خط ایجاد می کند؟

$$y=(m+2)x^2+4x+m-1$$

۲۰۵

مثال: به ازای چه حدودی از m ، مقدار مینیمم تابع $y=mx^2+2\sqrt{5}x+2m-3$ مثبت است؟

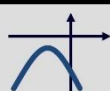
- (۱) $(5, +\infty)$
- (۲) $(\frac{5}{4}, +\infty)$
- (۳) $(4, +\infty)$
- (۴) \emptyset

۲۰۶

سج ۸۹: به ازای کدام مجموعه مقادیر m معادله درجه ۲ زیر فاقد ریشه حقیقی است؟ $2x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}m+2=0$

- (۱) $-3 < m < 5$
- (۲) $-3 < m < 4$
- (۳) $-1 < m < 5$
- (۴) $-2 < m < 4$

۲۰۷



مثال: با توجه به شکل بزرگترین محدوده m کدام است؟ $y=mx^2-4\sqrt{2}x+m-2$

- (۱) $(-\infty, -2)$
- (۲) $(-\infty, -1)$
- (۳) $(4, +\infty)$
- (۴) \emptyset

۲۱۰

مثال: اگر عبارت $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ به ازای هر مقدار X منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

۲۰۹

مثال: حدود m کدام باشد تا هیچ نقطه ای از تابع $y=x^2-4x+m$ دارای فاصله ۵ از محور طول ها نباشند؟

- (۱) $m > 9$
- (۲) $m < -2$
- (۳) $-2 < m < 3$
- (۴) $-5 < m < -2$

۲۰۸

مثال: به ازای کدام مقادیر m ، تابع $f(x)=mx^2+x$ همواره زیر خط به معادله $y=1-x$ قرار دارد؟

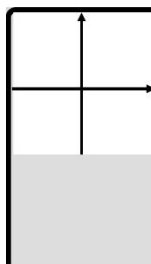
- (۱) $-1 < m < 0$
- (۲) $m < -1$
- (۳) $m < 0$
- (۴) \emptyset

۲۱۱

مثال: اگر عرض تمام نقاط منحنی $f(x)=mx^2+2x-1$ کوچکتر یا مساوی ۲ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) $-\frac{1}{3}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{2}{3}$

۲۱۲



- (۱) دو ناحیه
- (۲) سه ناحیه
- (۳) چهار ناحیه
- (۴) بیش از دو ناحیه
- (۵) حداقل سه ناحیه
- (۶) حداکثر سه ناحیه
- (۷) نواحی ۱ و ۲
- (۸) نواحی ۱ و ۳
- (۹) نواحی ۱ و ۲ و ۳
- (۱۰) نواحی ۱ و ۲ و ۴
- (۱۱) نواحی ۱ و ۳ و ۴
- (۱۲) نواحی ۲ و ۳ و ۴

۲۱۳

مثال: به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع زیر، فقط از نواحی ۱ و ۲ محورهای مختصات می گذرد؟

$$f(x)=(a-1)x^2+2\sqrt{2}x+a$$

۲۱۶

مثال: به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع، فقط از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی کند؟

$$f(x)=mx^2-(m+3)x$$

- (۱) $(-\infty, -3)$
- (۲) $(-\infty, 0)$
- (۳) $(-3, +\infty)$
- (۴) $(-3, 0)$

۲۱۵

مثال: نمودار سهمی $f(x)=-x^2-4mx$ از ناحیه دوم عبور می کند، حدود m کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 0)$
- (۲) $(-1, 0)$
- (۳) $(0, +\infty)$
- (۴) $(-1, 0)$

۲۱۴

مثال: نمودار تابع زیر فقط از سه ناحیه صفحه مختصات می گذرد. این سهمی از کدام ناحیه نمی گذرد؟ $f(x)=(4m-3)x^2-2mx+1$

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تکمیلی: m شامل چند عدد طبیعی نمی شود؟

۲۱۷

سج ۹۵: به ازای کدام مجموعه مقادیر m منحنی به معادله زیر، محور X ها را در هر دو طرف مبدأ مختصات قطع میکند؟

$$y=(m+2)x^2+3x+1-m$$

۲۱۸

مثال: نمودار سهمی $f(x)=mx^2+2mx+2-m$ حداقل از سه ناحیه دستگاه مختصات می گذرد. m چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۰

۲۱۹

سؤال ۹۲: به ازای چه مقادیری از n نمودار تابع زیر فقط از ناحیه اول صفحه مختصات نمی گذرد؟
 $f(x) = (n-3)x^2 + nx - 1$

- ۱) $n \leq 2$
- ۲) $0 < n \leq 2$
- ۳) $2 < n < 3$
- ۴) $0 < n < 3$

۲۲۲

سؤال ۹۳: به ازای چه مقادیری از n نمودار تابع زیر فقط از ناحیه اول صفحه مختصات نمی گذرد؟
 $f(x) = (n-3)x^2 + nx - 1$

- ۱) $n \leq 2$
- ۲) $n < 3$
- ۳) $n < 0$
- ۴) $n < -6$

۲۲۱

مثال: نمودار سهمی $f(x) = x^2 + 2mx + 2 - m$ از سه ناحیه دستگاه مختصات می گذرد، طول بزرگترین بازه مثبت برای m کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ∞

۲۲۰

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 7 & x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x > 1 \\ -x^2 + x & x \leq 1 \end{cases}$$

۲۲۳

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & x \leq 1 \\ \frac{x}{7} + 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 1 & x > 0 \\ 1 - x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

۲۲۴

مثال: نقطه $(-2, 4)$ روی سهمی به معادله $y = x^2 - ax - ab$ قرار دارد. کدام نقطه دیگر حتماً روی این سهمی قرار دارد؟ ($a \neq 0$)

- ۱) (a, a)
- ۲) $(a, 2a)$
- ۳) $(a, -2a)$
- ۴) (a, a^2)

۲۲۵

یادداشت

پایان

۲۲۷

مثال: اگر سهمی به معادله $y = x^2 + mx + n$ از نقاط $(2, 1)$ و $(1, 2)$ بگذرد، عرض نقطه تقاطع سهمی با خط $x = 3$ چیست؟

- ۱) ۱۶
- ۲) ۸
- ۳) ۲
- ۴) ۲۶

۲۲۶

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت



فصل: تابع

تابع و درجه دو

رسم نمودار سهمی با ضابطه (مربع، تجزیه شده)

گسترده	مربع	تجزیه
$y = 2x^2 - 3x + 1$	$y =$	$y =$
$y = -2x^2 + 8x - 6$	$y = (x-1)^2 - 1$	$y = (x-1)(2x+6)$
<ul style="list-style-type: none"> ریشه: رأس: م. تقارن: 	<ul style="list-style-type: none"> ریشه: رأس: م. تقارن: 	<ul style="list-style-type: none"> ریشه: رأس: م. تقارن:

تألیفی

رأس سهمی $y = -2(x-4)^2 + 10$ روی خط به معادله $3y - 2x = 7$ قرار دارد. محور تقارن $y = (x+3)(x-4k)$ کدام است؟

۲/۵(۱) -۲/۵(۲) ۰/۵(۳) -۰/۵(۴)

خ انسانی ۹۲

اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$ باشد. حاصل $f(3 + 2\sqrt{6})$ کدام است؟

۶(۴) ۲ + $\sqrt{6}$ (۳) ۵(۲) ۴(۱)

● $y = x^2 - 4x + 7 \longrightarrow y =$

● $y = -x^2 - 8x + 4 \longrightarrow y =$

● $y = 3x^2 + 6x - 7 \longrightarrow y =$

● $y = -2x^2 + 12x + 3 \longrightarrow y =$

گسترده $y = ax^2 + bx + c \longrightarrow$ مربع $y =$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ انسانی ۹۱

اگر $f(x) = x^2 - 2x + 3$ حاصل $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$ کدام است؟

۱) ۲(۲) ۲) ۳(۳) ۳) ۴(۴) ۴) ۵(۵)

○ انسانی ۹۲

اگر $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ حاصل $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

۱) ۱(۱) ۲) ۲(۲) ۳) ۳(۳) ۴) ۴(۴) ۵) ۵(۵)

○ انسانی ۹۳

اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x|$ حاصل $f(2\sqrt{2} - 3)$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{3}$ (۱) ۲) $-\frac{2}{3}$ (۲) ۳) $\frac{1}{3}$ (۳) ۴) $\frac{2}{3}$ (۴)

○ تالیفی

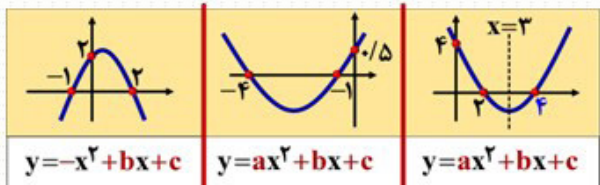
اگر $f(x) = \frac{2x^2 + 12x + 16}{5x^2 + 20x + 31}$ حاصل $f(\sqrt{3} - 2)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ (۱) ۲) $\frac{1}{2}$ (۲) ۳) $\frac{13}{25}$ (۳) ۴) $\frac{11}{23}$ (۴)

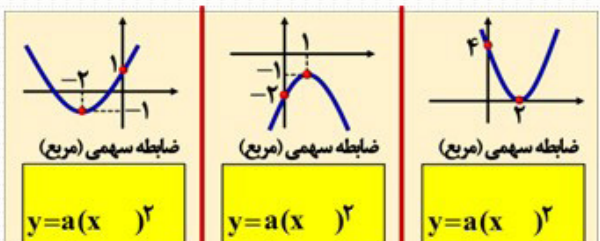
○ انسانی ۹۲

اگر $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x-2}$ باشد، $f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟

۱) ۱(۱) ۲) ۲(۲) ۳) $\sqrt{2}$ (۲) ۴) $1 + \sqrt{2}$ (۴)



۱) $y = a(x - \quad)(x - \quad)$ ۲) $y = a(x - \quad)(x - \quad)$ ۳) $y = a(x - \quad)(x - \quad)$



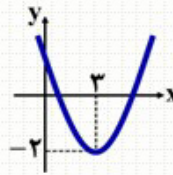


فصل: تابع

تابع و درجه دو

تألیفی

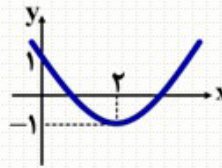
نمودار زیر، مربوط به تابع $f(x) = ax^2 + bx + 1$ است. حاصل $3a - b$ کدام است؟



- ۴(۴)
- ۴(۳)
- ۳(۲)
- ۳(۱)

تألیفی

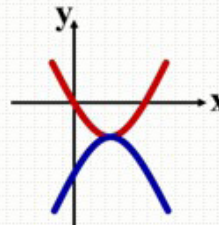
در شکل زیر که نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + 1$ است. مقدار $\frac{b+k}{a}$ کدام است؟



- $5\sqrt{2}$ (۴)
- $4\sqrt{2}$ (۳)
- $3\sqrt{2}$ (۲)
- $2\sqrt{2}$ (۱)

تألیفی

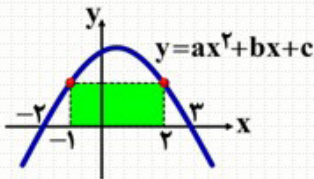
رأس سهمی های $y = x^2 - 2x$ و $y = ax^2 + bx + c$ مطابق شکل برهم منطبق است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟



- ۲(۴)
- ۲(۳)
- ۱(۲)
- ۱(۱)

تألیفی

در شکل زیر، مساحت مستطیل رنگی برابری ۴/۵ است. مقدار c چقدر است؟



- ۳/۲۵(۴)
- ۲/۷۵(۳)
- ۲/۲۵(۲)
- ۲/۵(۱)



فصل: تابع

مسائل کاربردی تابع درجه ۲

بیشترین مساحت از بین مستطیل هایی که محیط آن ها ۲۴ واحد است را به دست آورید.

○ انسانی ۸۹

مستطیل هایی با ابعاد متفاوت موجود است. باریک ترین آن ها به ابعاد ۲۰ و ۶۰ می باشد. به ازای هر یک واحد که به عرض آن افزوده شود، ۲ واحد از طول آن کم می شود. بیشترین مساحت این مستطیل ها کدام است؟

۱۲۵۰(۱) ۱۲۷۵(۲) ۱۳۲۵(۳) ۱۳۵۰(۴)

○ انسانی ۹۲

در یک کارگاه تولیدی یکی از کارگران متعهد است که در پایان هر هفته ۸۰ قطعه با دستمزد هر قطعه ۴۵۰ تومان تحویل دهد. به ازای هر قطعه اضافه که تحویل دهد، مبلغ ۵ تومان از دستمزد هر قطعه کم می شود. بیشترین دستمزد هفتگی او کدام است؟

۳۶۰۷۵(۱) ۳۶۱۲۵(۲) ۳۶۱۷۵(۳) ۳۶۲۲۵(۴)

○ خ انسانی ۹۳

در یک قطعه زمین اگر ۲۰۰ بذر با فاصله های متناسب کاشته شود، میاتگین قیمت محصول برداشتی از هر بذر ۹۰۰ تومان پیش بینی شده است. به ازای یک بذر اضافی که کاشته شود، مبلغ ۳ تومان از میاتگین قیمت محصول برداشتی کم می شود. بیشترین قیمت محصول برداشتی کدام است؟

۱۸۷۵۰۰(۱) ۱۸۸۵۰۰(۲) ۱۹۱۵۰۰(۳) ۱۹۲۵۰۰(۴)

روش میان بر

تابع گسترده

تابع تجزیه شده

○ مثال

$$\begin{cases} 2x + 3y = 60 \\ \max(x \cdot y) = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ \max(x \cdot y) = ? \end{cases}$$

● اگر $x + 2a = 40$ باشد، ماکزیمم مقدار $y = xa$ را بیابید.

○ انسانی ۹۸

می خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل که یک طرف آن دیوار است محصور کنیم. بیشترین مساحت زمین محصور شده کدام است؟



۳۶۴(۱) ۳۷۸(۲) ۳۹۲(۳) ۴۰۶(۴)



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ غ انسانی ۸۹

در یک زمین گلخانه ای، اگر با فاصله های یکسان ۴۰ بوته گوجه فرنگی کاشته شود، به طور متوسط از هر بوته ۸ کیلوگرم محصول بدست می آید. به ازای هر بوته اضافی که کاشته شود، به مقدار $\frac{1}{8}$ کیلوگرم از میانگین محصول بوته ها کاسته می شود. در این صورت بیشترین محصول برداشتی کدام است ؟

۳۴۲(۴)

۳۴۰(۳)

۳۳۸(۲)

۳۳۶(۱)

$$y = |x-1|$$

$$y = |2x-4|$$

$$y = |x-1| + |2x-4|$$

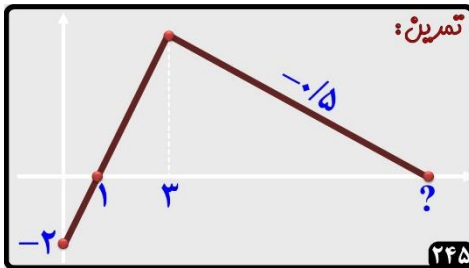
$$y = |x-1| - |2x-4|$$

$$y = |x-1| + |x-3|$$

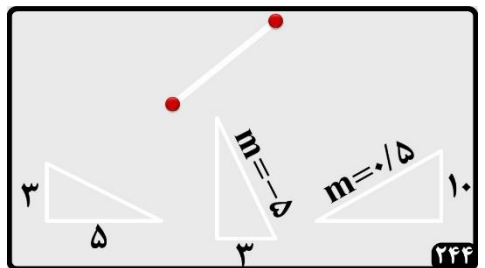
$$y = |x-1| - |x-3|$$

$$y = |2x-6| + |x-1| - x$$

۲۴۶



۲۴۵



۲۴۴

$$f(x) = |x+1| - |x+2|$$

۲۴۹

$$y = |x-1| - |x-2|$$

۲۴۸

$$y = |x-1| + |x-2|$$

۲۴۷

ساده ۹۸: تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه، اکیدا نزولی است؟
 $(1, +\infty)$ $(4, -2, 1)$ $(3, -\infty, 1)$ $(2, -\infty, -2)$ (1)

۲۵۲

$$y = |2x-2| - |2x-4|$$

۲۵۱

$$y = |2x-2| + |2x-4|$$

۲۵۰

سرخ ۹۸: تابع با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$
 (۲) $(-1, +\infty)$
 (۳) $(-1, 2)$
 (۴) $(2, +\infty)$

۲۵۳

مثال: اختلاف جواب های معادله $|1-x| + |-x+3| = 3$ کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۳/۵
 (۳) ۳
 (۴) ۲/۵

۲۵۴

مثال: دامنه تابع $y = \sqrt{-x+1} - |3-x| - 1$ کدام است؟

- (۱) $[\frac{5}{4}, +\infty)$
 (۲) $(-\infty, 2]$
 (۳) $[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}]$
 (۴) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

۲۵۵

مثال: درباره تابع معکوس قطعه ای از تابع

$$f(x) = 3|1-x| - |2-x|$$

که نزولی می باشد، چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

- A) $R_{f^{-1}} = (-\infty, 1]$
 B) $D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$
 C) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ صفر

۲۵۷

مثال: چه تعداد از موارد درباره تابع زیر صحیح است؟

$$f(x) = |x-2| - |2| - |x| + x$$

f در بازه $(1, +\infty)$ نزولی اکید می باشد.

f در بازه $(-\infty, 1)$ صعودی اکید می باشد.

f در بازه $(-\infty, 2]$ می باشد.

اگر $0 < k < 2$ آنگاه معادله $f(x) = k$ دو جواب حقیقی دارد.

گر بازه $(1, 2)$ معکوس پذیر بوده و دامنه معکوس این قطعه، بازه $(0, 2)$ است

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۵۸

سرخ ۹۴: نمودار تابع زیر در یک بازه اکیداً نزولی است.

ضابطه معکوس در این بازه؟

$$y = |2x-6| - |x+4| + x$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1 : x \in (-4, 1) \quad y = -x + 6 : x < -4$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1 : x \in (-4, 3) \quad y = -x + 5 : x > 2$$

۲۵۹

سرخ ۹۴: نمودار تابع زیر در یک بازه اکیداً نزولی است.

ضابطه معکوس در این بازه؟

$$y = |2x-6| - |x+4| + x$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1 : x \in (-4, 1) \quad y = -x + 6 : x < -4$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1 : x \in (-4, 3) \quad y = -x + 5 : x > 2$$

۲۵۹

سرخ ۹۵: اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$

باشند، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $g \circ f$

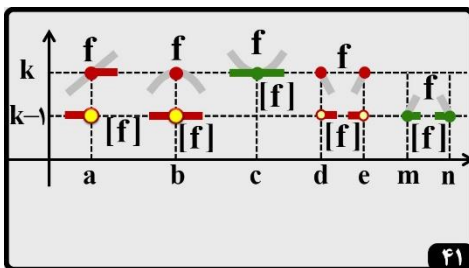
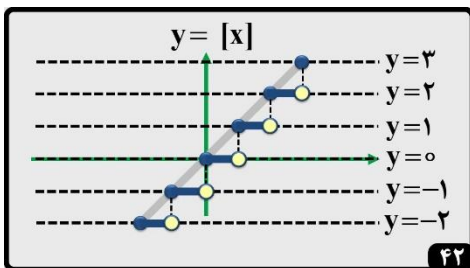
و خط به معادله $y = 3$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۶

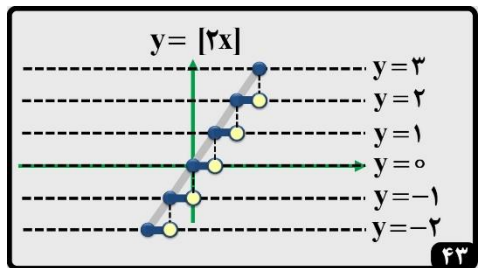
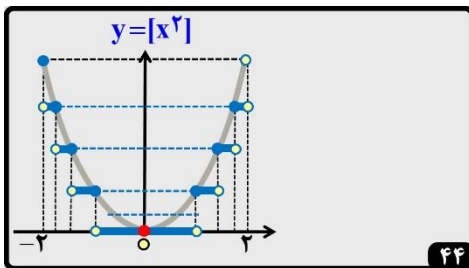
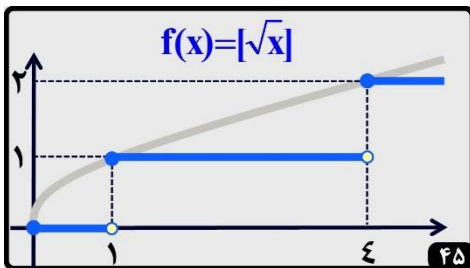
۲۶۰

پایان

۲۶۱



نمودار توابع جزء صحیح



$f(x) = x - [x]$

$y = [x+1]$
 $y = [-2x+1]$
 $y = [\sqrt{x}-1]$
 $y = [x^2+1]$

شیب شناسی شوید!!!

$y = [x]$	$y = x + [x]$
$y = [2x]$	$y = 2x - [\frac{x}{2}]$
$y = [\frac{x}{2}]$	$y = -\frac{1}{2}x - [x]$
$y = [\sqrt{x}]$	$y = [x] \cdot x$
$y = [x^2 - x] + 1$	$y = [2x](x+1)$

سؤ ۸۶: نمودار تابع $y = 2[\frac{x}{2}] + 1$, $x \in [-2, 5]$ از چند پاره خط مساوی هم تشکیل شده است؟

$y = x[x]$
 $y = \frac{2x}{[x]}$

$y = x + [x]$
 $y = x - [2x]$
 $y = 2x + [-x]$

مثال: مساحت محصور بین نمودار $y = -x[-x]$ و محور x ها در بازه $(0, 2]$ چند پاره خط است؟

مثال: نمودار تابع $f(x) = [\sqrt{x-1}]$ در بازه $[2, 83]$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

مثال: تابع $y = [\frac{x-1}{3}]$ در بازه $[3, 14]$ شامل چند پاره خط است؟

مثال: دامنه تابع $f(x) = \sqrt{[x] - |x|}$ ؟

۵۷

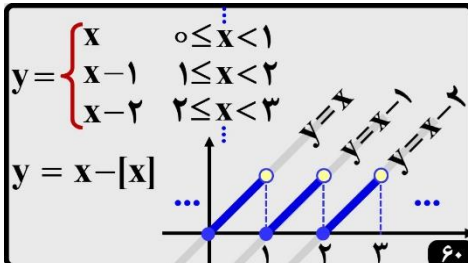
مثال:

معادله $[x] = 4x$
چند جواب دارد؟

۵۶

مثال: نمودار تابع $f(x) = [x] - |x - 1|$ در بازه $[0, 2]$ از چند پاره خط مساوی تشکیل شده است؟

۵۵



۶۰

مثال: با توجه به نمودار زیر، مجموعه جواب نامعادله $[f(x)] \leq 0$ را بیابید.

۵۹

مثال: تابع $f: [-2, 2] \rightarrow [-2, 2]$ با

ضابطه $f(x) = [x]$ چگونه است؟
 (۱) نزولی-یک به یک
 (۲) نزولی-غیر یک به یک
 (۳) صعودی-غیر یک به یک
 (۴) صعودی-یک به یک

۵۸

$$y = (-1)^{[x]}$$

۶۳

$$y = [x] + [-x]$$

۶۲

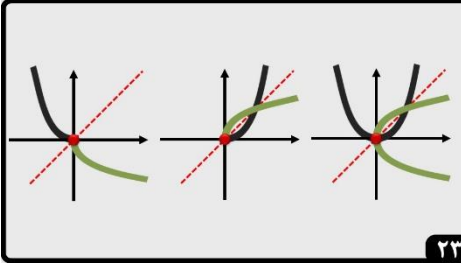
رسم سریع: $f(x) = x - [x]$

۶۱

سرخ ۹۵: تابع با ضابطه $f(x) = |x|^2$ با دامنه \mathbb{R} ، چگونه است؟

- (۱) نزولی
- (۲) صعودی
- (۳) وارون ناپذیر
- (۴) یک به یک

۲۴



۲۳

معکوس تابع

۲۲

سرخ ۹۱: ضابطه وارون تابع مقابل کدام است؟

$$y = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$

$y = x|x|, x \in \mathbb{R}$
 $y = \pm x^2, x \in \mathbb{R}$
 $y = \pm x|x|, x \in \mathbb{R}$
 $y = -x^2, x < 0$

۲۷

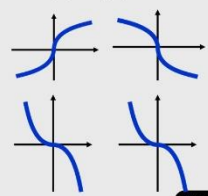
سرخ ۹۶: ضابطه وارون تابع کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$

$-x^2$ (۱)
 x^2 (۲)
 $x|x|$ (۳)
 $-x|x|$ (۴)

۲۶

سرخ ۹۵: اگر $f(x) = x|x|$ باشد نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



۲۵

سراسری ۹۱: در تابع $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{1-x^2}, x^2 \neq 1$ و $f(0) = 0$ ، ضابطه ی تابع وارون آن برابر کدام است؟

$-x.f(x)$ $x.f(x)$ $-f(x)$ $f(x)$

۲۰

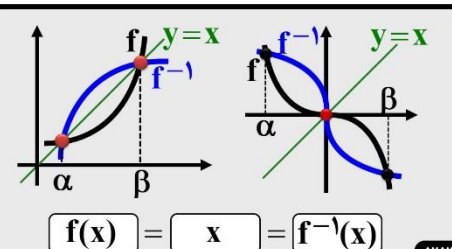
سراسری ۹۲: تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودار های دو تابع f, f^{-1} در چند نقطه متقاطع هستند؟

۲۹

سرخ ۹۳: ضابطه معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ مقابل به کدام صورت است؟

$x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R}$
 $x\sqrt{|x|}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$
 $x|x|, x \in \mathbb{R} - \{0\}$
 $x|x|, x \in \mathbb{R}$

۲۸

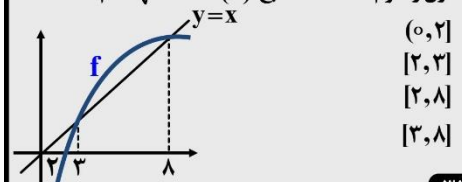


۳۳

سرخ ۹۲: تابع $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه ای وارون پذیر است. ضابطه $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

۳۲

سرخ ۹۴: شکل روبه رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟



۳۱

سرخ ۸۶: تابع $y = \frac{1}{x-1}$ و وارونش در چند نقطه برخورد دارند؟

۳۶

مثال: معکوس تابع $y = \frac{2x-1}{x-2}$ خط $y = x$ را در چند نقطه قطع می کند؟

۳۵

سرخ ۸۸: اگر $f(x) = x^3 - 3x, x \geq 1$ نمودارهای دو تابع f و f^{-1} با کدام طول متقاطع اند؟

۳۴

مثال: اگر $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}$ ، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را بیابید.

۳۹

ضابطه ی وارون توابع

$$f(x) = \frac{ax}{\sqrt{b+x^2}} \quad f(x) = \frac{ax}{b+|x|}$$

۳۸

مثال: اگر تابع $y = x^3 + ax^2 + a - 3$ معکوس پذیر باشد منحنی معکوس آن از کدام نقطه می گذرد؟

$(5, 2)$ $(0, 1)$ $(1, 0)$ $(2, 5)$

۳۷

$$f^{-1}(f(x)) = x \quad : D = D_f$$

۴۲

سرخ ۹۱: ضابطه وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟

$y = \frac{1-|x|}{|x|}, |x| > 1$ (۲) $y = \frac{x}{1-|x|}, |x| < 1$ (۱)
 $y = \frac{|x|-1}{x}, |x| < 1$ (۴) $y = \frac{x}{1+|x|}, |x| > 1$ (۳)

۴۱

مثال: اگر $f(x) = \frac{2x}{9+|x|}$ ، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را بیابید.

۴۰

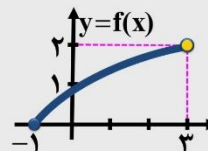
س ۹۳: اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ حاصل $f'(x) \cdot g'(f(x))$ را بیابید.

۴۵

مثال: اگر f معکوس پذیر و $D_f = [0, 2]$, $R_f = [-1, 3]$ آنگاه ضابطه و دامنه توابع زیر را بیابید؟
 $y = f^{-1}(f(2x-3))$ $y = f(f^{-1}(2x-3))$

۴۴

مثال: با توجه به نمودار f دامنه توابع $y = f(f^{-1}(x))$ و $y = f^{-1}(f(x))$ را بیابید؟



۴۳

بسم الله الرحمن الرحيم

ریاضی جامع دو

(لگاریتم، معادلات و نامعادلات)



پدید آورندگان:
عبدالرضا منتظری و مهران قاسمی



لگاریتم

معادلات و نامعادلات
لگاریتم

روابط لگاریتم

توان و نما
ریشه
اتحاد
بازه و اعمال روی آن
(نا) معادله درجه ۲
(نا) معادله قدر مطلق
(نا) معادله براکتی
(نا) معادله لگاریتمی
تعیین علامت
هندسه مختصاتی

محدودیت تساوی های نمایی و لگاریتمی

$$a = b^c \Leftrightarrow \log_b a = c$$

$a > 0$ $b > 0$ $b \neq 1$ $a > 0$ $b > 0$ $b \neq 1$

$\log_3 9 =$

$\log_1 1 =$

لگاریتم = قفل

$a = b^c$

مثال

$$\log_{10} x = 3$$

$$\log_x 125 = 3$$

$$\log_2 32 = x$$

$\log_a a = 1$
 $\log_a a^n = n$
 $\log_a 1 = 0$

$$\begin{cases} a = b^c \Leftrightarrow \log_b a = c \\ b^c = a \Leftrightarrow c = \log_b a \end{cases}$$

پایه بیا پایین

$$\begin{cases} \log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c \\ c = \log_b a \Leftrightarrow a = b^c \end{cases}$$

مبنا برو بالا

مثال آموزشی حاصل هر یک را بیابید؟

- $\log_4 16 =$
- $\log_{27} 9 =$
- $\log_{x\sqrt{x}} x^2 =$
- $\log_{(\sqrt{2}+1)} (3+2\sqrt{2}) =$

قانون

$$\log_b a^n = \frac{n}{m} \log_b a$$

$$\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$$

- $\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$ —
- $\log_b a^m = \frac{m}{n} \log_b a$ —
- $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$ —

مثال آموزشی گسترده بنویسید

- $\log 20 =$
- $\log 60 =$
- $\log 3/5 =$
- $\log \sqrt{6/4} =$
- $\log_{2^2} 2^4 =$



سراسری اگر $\log_3^2 = \frac{5}{8}$ باشد، \log_{18}^8 کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{15}{22}$ (۱)

سراسری اگر $\log_4^3 = 0/8$ باشد، \log_{12}^6 کدام است؟

- $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{8}{11}$ (۲) $\frac{13}{18}$ (۱)

سراسری اگر $\log_3^3 = a$ و $\log_8^b = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\log(3b-8)$ کدام است؟

- $2/5$ (۴) 2 (۳) $1/5$ (۲) 1 (۱)

سراسری اگر $\log_8^8 = m$ باشد، حاصل \log_6^2 کدام است؟

- $\frac{3m-1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}(m-1)$ (۳) $\frac{3m+1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}(m+1)$ (۱)

تالیفی حاصل $\log_{(\sqrt{2}-1)}^3(3+2\sqrt{2})^3$ کدام است؟

- -9 (۴) 9 (۳) 6 (۲) -6 (۱)

تالیفی اگر $\log_{\sqrt{5}}^3 = a$ ، آنگاه حاصل \log_5^3 کدام است؟

- $\frac{a}{a-1}$ (۴) $\frac{a}{1-a}$ (۳) $\frac{2a}{1-a}$ (۲) $\frac{2a}{a-1}$ (۱)

تالیفی اگر $\log_5^{25} = k$ ، حاصل \log_5^{24} کدام است؟

- $2k-3$ (۴) $k+3$ (۳) $k-3$ (۲) $2k$ (۱)

تالیفی اگر $A = \sqrt{11+4\sqrt{7}} - \sqrt{11-4\sqrt{7}}$ آنگاه حاصل \log_{3^A} کدام است؟

- $0/2$ (۴) $0/3$ (۳) $0/4$ (۲) $0/5$ (۱)

سراسری اگر a و b ریشه های معادله $x^2 - 10x + \frac{1}{10} = 0$ باشند،

حاصل $\log a + \log b + \log(a+b)$ کدام است؟

- 1 (۴) صفر (۳) -1 (۲) -2 (۱)

تالیفی حاصل عبارت زیر برابر کدام است؟

$$\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{8}{9}} + \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{9}{10}} + \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{10}{11}} + \dots + \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{63}{64}}$$

- -3 (۴) 3 (۳) -2 (۲) 2 (۱)



تالیفی حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$P = (\log_6^2)^2 (\log_9^2) + (\log_3^2)^2 (\log_4^2)$$

۱ (۱) ۰/۲۵ (۲) ۹ (۳) ۰/۵ (۴)

تالیفی اگر ریشه های معادله $x^2 - 7x - 3 = 0$ برابر \log_7^a و \log_7^b باشد؛ $\log_8^{(ab-1)}$ کددام است؟

۱ (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴)

سراسری حاصل $(\log_{21}^{32})^2 + (\log_{21}^{47}) (\log_{21}^{322})$ کددام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

تالیفی اگر $\log_{1/2}^2 + \log_{1/2}^3 + \log_{1/2}^4 = a$ ، آنگاه حاصل $\log_{1/2}^3 + \log_{1/2}^6 + \log_{1/2}^9$ کددام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۲a (۳) ۲a+۲ (۴)

تالیفی حاصل عبارت زیر برابر کدام است؟

$$P = (\log_{42}^{35}) (\log_{22}^{36}) (\log_{36}^{43}) (\log_{35}^{22})$$

۱ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)

قفل (۱) مبنا بالا، پایه پایین
(۲) توان بنداز پشت لوگ
(۳) لوگز، لوگت تفکیک کن

- $\log_b^a = c \leftrightarrow a = b^c$
- $\log_b^a = \frac{m}{n} \log_b^a$
- $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$
- $\log_b^a \times \log_c^b = \log_c^a$
- $\log_b^a = \frac{\log a}{\log b}$

تالیفی اگر $\log_{xy}^x = 3$ مقدار \log_y^{xy} کددام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

تالیفی حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\log_{\frac{1}{6}}^2 \times \log_{\frac{1}{5}}^3 \times \log_{\frac{1}{21}}^{\frac{21}{6}} \times \log_{\frac{1}{27}}^{\sqrt{1}} \times \log_{\frac{1}{6}}^{\frac{25}{6}} =$$

۱ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\log_{\frac{1}{3}}^1$ (۴)

تالیفی حاصل $A = \frac{1}{1 + \log_7^y} + \frac{1}{1 - \log_7^{y/5}}$ کددام است؟

۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

تالیفی اگر $a, b \neq 1$ و داشته باشیم: $a, b > 0$ نتیجه گیری درست است؟

۱ (۱) $ab = 1$
۲ (۲) $a = b$
۳ (۳) $\sqrt{a} = b$
۴ (۴) $a = b \vee ab = 1$



تالیفی اگر $(\log 20)(\log 5) - (\log x)^2 = 1$ باشد، حاصل $|x|$ ؟

۲ (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴)

تالیفی از تساوی $(\log 25)^2 - 4(\log 2x) - (\log 4)^2 = 0$ مقدار عددی $\log_{\sqrt{2}}^{(3+4x)}$ کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

سراسری از دو معادله $\log(y-x) + \log(4x+y) = 2$ و $\log(y+2) = 1$ مقدار x کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

تالیفی مجموع جواب های معادله $\log_3^{(9^x+8)} = 3+x$ ؟

$2\log_3^2$ (۴) $3\log_3^2$ (۳) $2\log_3^3$ (۲) $3\log_3^3$ (۱)

سراسری از دو معادله $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ و $4^x + 2^x = 72$ مقدار y کدام است؟

۹ (۴) ۸ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

سراسری از دو معادله دو مجهولی $\log y = 2\log 3 + \log x$ و $2^x - 7 \times 4^x + y = 1$ مقدار y کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

تالیفی در معادله $x \log x = \sqrt[4]{10}$ نسبت ریشه بزرگتر به ریشه کوچک تر کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴) ۱ (۳) $10\sqrt{2}$ (۲) ۱۰ (۱)

سراسری از دو معادله $\log_3^x + \log_3^y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ لگاریتم $x+y$ در پایه ۴، کدام است؟

۳ (۴) $2/5$ (۳) ۲ (۲) $1/5$ (۱)

$\log_a^f = \log_a^g \xrightarrow{f, g > 0, a > 0, a \neq 1} f = g$	حل معادلات و نامعادلات لگاریتمی
$\log_a^f = b \xrightarrow{f > 0, a > 0, a \neq 1} f = a^b$	
$\log_a^f < \log_a^g \begin{cases} a > 1 \\ 0 < a < 1 \end{cases}$	
$\log_a^f < b \begin{cases} a > 1 \\ 0 < a < 1 \end{cases}$	

تالیفی در معادله $(\log_4^x) - 1 = (\sqrt{x})$ تفاضل ریشه ها کدام است؟

$16/75$ (۴) $15/25$ (۳) $16/25$ (۲) $15/75$ (۱)



تالیفی چند عدد طبیعی در نامعادله $-4 < \log_{\frac{1}{25}}(2x-5) < \log_{\frac{1}{25}}(2x-5) < -4$ صدق می کند؟

- ۱۲۹(۴) ۱۲۸(۳) ۱۲۷(۲) ۱۲۶(۱)

تالیفی مرج نامعادله $\log_9(1-2x) < \log_{27}^{\wedge}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(بی شمار)

تالیفی دامنه تابع $y = \sqrt{1 - \log_3(3^x - x^2)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۳(۱)
۲(۲)
۱(۳)
صفر(۴)

تالیفی دامنه $y = \sqrt{\log_{(\sqrt{3}-1)}(x^2+2x) + 2}$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

- ۱(۱) صفر
۱(۲)
۲(۳)
۳(۴)

تالیفی دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-1}{2x+1}}$ کدام است؟

- ۱) $[-1, 1)$
۲) $(-2, 1]$
۳) $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$
۴) $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$

تالیفی دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2 - \log_3(|x-3|-1)}$ کدام است؟

- ۱) $(2, 4)$
۲) $[1, 5]$
۳) $[-2, 2) \cup (4, 8]$
۴) $[-2, -1) \cup (5, 9]$

تالیفی مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{1}{9}} \frac{|x|}{1+x} > \frac{1}{3} - \log_{\frac{9}{4}} \frac{x}{9}$ با مجموعه جواب کدام یک از نامعادلات زیر یکسان است؟

- ۱) $|x-2| < 1$
۲) $0 < |x+1| < 1$
۳) $|x-1| < 1$
۴) $0 < |x-1| < 1$

تالیفی دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{4}} \frac{x^2-4}{x-1}}$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

- ۲(۱)
۳(۲)
۴(۳)
۴(بی شمار)

$$[\log_2 13] = \quad [-\log_2 13] =$$

$$[\log_5 13] = \quad [-\log_5 13] =$$

تالیفی مجموعه جواب نامعادله زیر شامل چند عدد صحیح می شود؟

$$\log \frac{(2x-1)^2}{(1-x^2)} \leq 1$$

- صفر(۱) ۱(۲) ۲(۳) ۳(۴)



تالیفی مقدار عددی $[\log 332] - [\log 0.004]$ کدام است؟

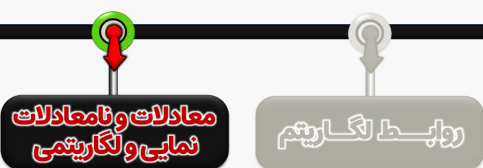
- ۱ (۴)
- ۱ (۳)
- ۴ (۲)
- ۵ (۱)

• $[\log \frac{1}{2}] =$

• $[\log \frac{2}{4}] =$

• $[\log \frac{2}{\frac{2}{2}}] =$

لگاریتم



تالیفی حاصل $S = [\log_5^0] + [\log_5^1] + \dots + [\log_5^{135}]$ کدام است؟

- ۱۴۳ (۱)
- ۱۴۱ (۲)
- ۱۴۰ (۳)
- ۱۳۸ (۴)

• $4x^2 - 2 = 4^3x - 4$

• $(4x+1)^{1/3} = (2x-1)^{1/3}$

• $4x^2 - 4 = |5x - 2|$

$a^f = a^g \rightarrow$

$f^a = g^a \rightarrow$

$h^f = t^g \quad h \neq t \rightarrow$

$a^f < a^g$ $\begin{cases} a > 1 \\ 0 < a < 1 \end{cases} \rightarrow$

حل
معادلات
و
نامعادلات
نمایی

سراسری اگر $x^2 - 2 = 81^x$ ، آنگاه $\log_6^{(x-2)}$ ، کدام است؟
کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴)
- $\frac{4}{3}$ (۳)
- $\frac{3}{4}$ (۲)
- $\frac{2}{3}$ (۱)

سراسری اگر $x^2 - 2 = 81^x$ ، آنگاه $\log_6^{(x-2)}$ ، کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴)
- $\frac{1}{3}$ (۳)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $\frac{1}{4}$ (۱)

یادداشت



تالیفی اگر α, β ریشه‌های معادله $(\frac{1}{3})^{-1} + 2x = (9)^{x-x^2}$

باشد، مقدار $\log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

نمودار توابع نمایی و لگاریتمی



۵۵

مثال: در کدام یک از جدول های زیر، تابع f رفتار نمایی دارد؟

x	۱	۳	۶	۱۲
$f(x)$	۱	۵	۹	۱۳

(۱)

x	۱	۲	۳	۴
$f(x)$	۱	۲	۳	۴

(۲)

x	۱	۲	۳	۴
$f(x)$	۱	۲	۳	۴

(۳)

$y = 3^x$ (۱, ۲, ۳, ۴, ...)

$y = \log_3 x$ (۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ...)

(۵۶)

تابع نمایی: $y = a^x$, $a > 1$ (نمایی)

$y = a^x$, $0 < a < 1$ (تغییرناهم)

تابع لگاریتمی: $y = \log_a x$ (معکوس)

(۵۸)

$y = a^x$ (سبز)

$y = a^x$ (سبز)

$y = \log_a x$ (قرمز)

$y = \log_a x$ (قرمز)

(۵۹)

$y = a^x$, $0 < a < 1$ (قرمز)

$y = a^x$, $a > 1$ (سبز)

$y = \log_a x$, $a > 1$ (سبز)

$y = \log_a x$, $0 < a < 1$ (قرمز)

(۶۰)

مثال: اگر $f(x) = 3^x$ ، آنگاه دامنه تابع $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

(۱) R

(۲) $(1, +\infty)$

(۳) $(0, +\infty)$

(۴) \emptyset

(۶۳)

مثال: معادله $x^2 = 2^x$ چند جواب دارد؟

(۶۲)

مثال: معادله $2x + 2 = a^x$ با شرط $a > 0$, $a \neq 1$ چند ریشه دارد؟

(۱) فقط ۱ ریشه

(۲) حداکثر ۱ ریشه

(۳) حداقل ۱ ریشه

(۴) فاقد ریشه

(۶۱)

مثال: نمودار تابع f داده شده، دامنه تابع $y = \sqrt{f^{-1}(x) - 4}$ کدام است؟

(۱) $[2, +\infty)$

(۲) $[3, +\infty)$

(۳) $[4, +\infty)$

(۴) $[2, 4]$

(۶۴)

$y = \log_3(x+5)$

$y = \log_3 x$

$y = \log_3(x-5)$

$y = \log_{3/2}(x+5)$

$y = \log_{3/2} x$

$y = \log_{3/2}(x-5)$

(۶۵)

$y = \log_3^{-x}$

$y = \log_3 x$

$y = \log_{3/5}^{-x}$

$y = \log_{3/5} x$

$y = -\log_3^{-x}$

$y = -\log_3 x$

$y = -\log_{3/5}^{-x}$

$y = -\log_{3/5} x$

(۶۶)

$y = -\log_3 \sqrt{2x-1}$

$y = -\log_{3/2} \left(\frac{1}{x+2}\right)^3$

$y = \log_{3/2} \sqrt[3]{x-2}$

$y = \log_{3/2} \left(\frac{1}{6-2x}\right)^4$

$y = \log_{3/2} x$

(۶۹)

$y = -\log_3((2x-1)^2)$

$y = -\log_{3/2}(-x+2)^{-3}$

$y = \log_{3/2} \sqrt[3]{x-2}$

$y = \log_{3/2} \left(\frac{1}{6-2x}\right)^3$

$y = \log_{3/2} x$

(۶۸)

$y = -\log_3((2x-1)^{-1})$

$y = -\log_{3/2}(-x+2)^{-1}$

$y = -\log_{3/2} \sqrt[3]{x-2}$

$y = \log_{3/2} \left(\frac{1}{6-2x}\right)^4$

$y = \log_{3/2} x$

(۶۷)

مثال: نمودار توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \log_3 x^2$ و $g(x) = 2 \log_3 x$ نسبت به هم چگونه اند؟

(۱) بخشی از g است.

(۲) g بخشی از f است.

(۳) فقط در یک نقطه متقاطع اند.

(۴) کاملاً یکسان اند.

(۷۰)

سرخ: نمودار توابع $f(x) = \log_3 \frac{1}{x}$ و $g(x) = \log_{1/3} x$ نسبت به هم چگونه اند؟

(۱) $f(x)$ بالاتر

(۲) $g(x)$ بالاتر

(۳) منطبق اند

(۴) فقط در یک نقطه متقاطع

(۷۱)

مثال: نمودار وارون تابع $f(x) = 1 - \log_3(x+2)$ از کدام نواحی دستگاه مختصات عبور نمی کند؟

(۱) فقط ۱

(۲) فقط ۳

(۳) ۱, ۳

(۴) فقط ۲

(۷۲)

مثال: نمودار وارون تابع $f(x) = 3 - \log_7^{(x+2)}$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند طول AB کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{10}$

۷۵

سرخ ۹۸: شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b(2x+a)$ است. این منحنی خط $y=1$ را با کدام طول، قطع می کند؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۶

سرخ ۹۹: شکل روبه رو، نمودار تابع $y = \log_2^{U(x)}$ است. کدام است $U(x)$ ؟

(۱) $x+1$ (۲) $(x+1)^{-1}$ (۳) $x-1$ (۴) $1-x$

۷۳

مثال: نمودار کدام یک از توابع زیر خط نیمساز ربع دوم را در نقطه ای به طول ۲- قطع نمی کند؟

(۱) $y = -\log_{1/5}^{-2x}$ (۲) $y = 2 \log_{1/2}^{|2x|}$ (۳) $y = \log_{1/2}^{|-2x|}$ (۴) $y = \log_{1/2}^{|x|}$

۷۶

۷۷

(۱) $y = -2^{-(x+1)} + 1$ (۲) $y = -(\frac{1}{2})^{-(2x-2)} - 1$ (۳) $y = 2^{2(x-2)} + 1$ (۴) $y = -1/5^{(1-2x)} + 2$

۷۸

حل معادلات با روش هندسی

۳۵

$y = \log_a(mx+h)$

$y = a^{(mx+h)}$

۸۰

(۱) $y = -2^{-(|x+1|)} + 1$ (۲) $y = -(\frac{1}{2})^{-(2|x|-2)} - 1$ (۳) $y = -(\frac{1}{2})^{|2x-2|} - 1$

۷۹

مربع طلایی!!!

$y = |x+1|$
 $y = (x+2)^3 - 1$
 $y = \sqrt{x+3}$
 $y = \sqrt[3]{x+1}$

۳۸

مربع طلایی!!!

$y = x$
 $y = |x|$
 $y = x^2$
 $y = x^3$
 $y = \sqrt{x}$
 $y = \sqrt[3]{x}$

۳۷

حل معادله به روش هندسی

$f(x) = g(x) \rightarrow x = \alpha$ یا $x = \beta$

۳۶

مثال: معادله $x^2 = \sqrt{x} - 2$ از نظر تعداد جواب ها چگونه است؟

(۱) یک جواب (۲) دو جواب هم علامت (۳) دو جواب با علامت مخالف (۴) جواب ندارد.

۴۱

مثال: معادله $3x - 2 + \sqrt{4x-3} = 0$ از نظر تعداد جواب ها چگونه است؟

(۱) یک جواب (۲) دو جواب هم علامت (۳) دو جواب با علامت مخالف (۴) جواب ندارد.

۴۰

جبری

هندسی

کلی

جزئی

جزئی

(۱) $x^2 - x = 0$ (۲) $\sin x - x = 0$ (۳) $\sqrt[3]{x} - x = 0$ (۴) $\sqrt{x} - x = 0$ (۵) $|x| - x = 0$ (۶) $\log x - x = 0$ (۷) $e^x - x = 0$

۳۹

سرخ ۹۲: اگر $f(x) = \text{Max}\{x^2, |x - \frac{3}{4}|\}$ باشد، کم ترین مقدار تابع $f(x)$ کدام است؟

۴۴

سرخ ۹۳: اگر $f(x) = \text{Max}\{|2x|, |x+1|\}$ باشد، min تابع $f(x)$ را بیابید.

۴۳

مثال: معادله $\frac{x^2-x}{|x|} = x^2$ چند جواب دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۴۲

سرخ ۹۵: مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع زیر کدام است؟ $y = |x| - x$, $y = 2 - \frac{3}{4}x$

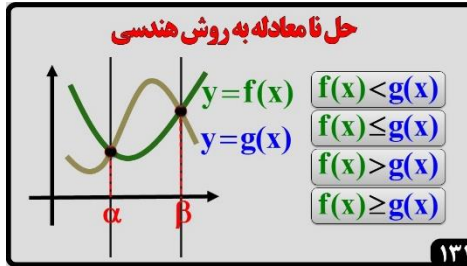
(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴) ۶

۴۶

سرخ ۹۵: مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع زیر کدام است؟ $y = x + |x|$, $y = 2 - |x|$

(۱) ۲ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) ۳

۴۵



مثال: مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{x} - 2 > x^2$ کدام است؟

سرخ ۹۵: بازه مجموعه جواب نامعادله زیر؟

$2x+1 - |x-2| > |x^2+1|$
 (۱) $(-2, 1)$
 (۲) $(-1, 1)$
 (۳) $(-1, 2)$
 (۴) $(1, 2)$

$\sin x - x \leq 0$
 $\log x - x < 0$
 $e^x - x < 0$

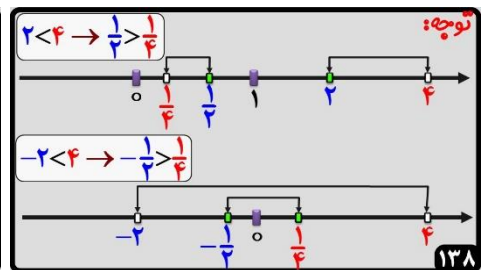
مثال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-x}{|x|} > x^2$ را بیابید؟

مثال: دامنه توابع زیر را بیابید؟

$y = |x| - x^2$
 $y = \sqrt[3]{|x| - x^2}$
 $y = \sqrt{|x| - x^2}$
 $y = \log(|x| - x^2)$

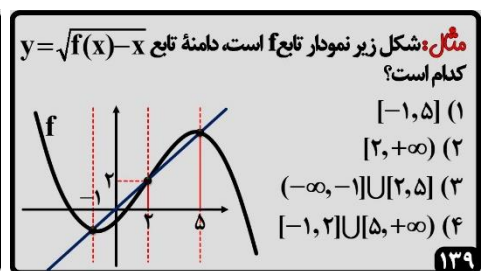
توجه:

$\frac{1}{(x^2+1)(-|x|-1)(x-1)} < 2$
 $\frac{1}{x(x^2+1)} > \frac{1}{(-|x|-1)(x-1)}$
 $\frac{1}{x(-|x|-1)} > \frac{1}{(x^2+1)(x-1)}$
 $\frac{1}{x} > \frac{1}{(x^2+1)(-|x|-1)}$
 $\frac{1}{x} > \frac{1}{(x^2+1)(-|x|-1)}$



سرخ ۹۶: در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = \sqrt{x+3}$ در بالای نمودار تابع $f(x) = |x-1| - 2$ قرار دارد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{1-x} > |x|-1$ به صورت (a, b) است. بیشترین مقدار $b-a$ ؟



تالیفی: با توجه به شکل تعداد جواب های معادلات زیر را بیابید

$f(x) = x$
 $f(2x) = x$
 $f(\frac{x}{2}) = x$

مثال: با توجه به شکل، دامنه تابع $y = \frac{\sqrt{f-g}}{g-f}$ ؟

(۱) $\{-1\}$ (۲) $[-2, 1]$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[0, 1) \cup (1, 3]$

تالیفی: نمودار دو چند جمله ای f و g به صورت زیر است. مجموعه جواب نامعادله $f.g > 0$ را بیابید.

پاداشت

پاداشت

پاداشت

مثال: نمودار تابع f شکل زیر است. م-ج $\frac{f(x)-2}{\sqrt{f(x)}} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح نمی باشد؟

۱۴۷

مثال: با توجه به نمودار تابع f ، دامنه تابع $y = x - \frac{-3}{\sqrt{f(x)}}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 0)$
 (۲) $(0, +\infty)$
 (۳) $(-2, 0)$
 (۴) $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

۱۴۶

تالیفی: با توجه به نمودار f در شکل زیر، دامنه تابع $y = \sqrt{f(-x-2)}$ را بیابید.

(۱) $[-3, -1]$
 (۲) $[-2, 0]$
 (۳) $[-4, -2]$
 (۴) $[-2, 1]$

۱۴۵

مثال: با توجه به نمودار f م-ج $f^2(x) - f(x) < 0$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۱) ۰
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) بی شمار

۱۴۸

مثال: نمودار تابع f به صورت زیر است. م-ج $\frac{x}{\sqrt{f(x)}} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۴۹

مثال: با توجه به نمودار تابع f ، دامنه تابع g شامل چند عدد صحیح است؟

$g(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{1+f(x)}}$

۱۵۰

مثال: نمودار تابع f به صورت زیر است. م-ج $f(x) \cdot (x^2 - 2x) < 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۵۳

مثال: نمودار f داده شده، مجموعه جواب نامعادله زیر را بیابید؟

$\frac{(x-1)(x-2)}{f(x)} \leq 0$

۱۵۲

مثال: نمودار تابع f داده شده، مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-4}{f(x)} \leq 0$ کدام است؟

(۱) \emptyset
 (۲) $(-2) \cup (2)$
 (۳) $[0, 2]$
 (۴) $(0, +\infty) - \{2\}$

۱۵۱

مثال: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & x \geq 0 \\ 3 + 2x & x < 0 \end{cases}$ ، دامنه $y = \sqrt{x \cdot f(x)}$ کدام است؟

(۱) $[-1/5, \sqrt{3}]$
 (۲) $[-1/5, 0]$
 (۳) $(-\infty, -1/5] \cup [0, \sqrt{3}]$
 (۴) $(-\infty, -1/5) \cup [0, \sqrt{3}]$

۱۵۴

مثال: نمودار تابع f داده شده، دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{(3-x)f(x)}}$ کدام است؟

(۱) $[-2, 3]$
 (۲) $(-2, 1)$
 (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, 3)$
 (۴) $(-2, 1) \cup (3, +\infty)$

۱۵۵

مثال: شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تابع $g(x) = \frac{\sqrt{(x-1)(f(x)-1)}}{f(x)}$ ، کدام است؟

(۱) $(-3, 3)$
 (۲) $(-3, 1) \cup \{2\}$
 (۳) $(1, 2]$
 (۴) $\{2\}$

۱۵۶

مثال: شکل مقابل نمودار $y = f(x)$ است. دامنه توابع زیر کدام است؟

$y = \sqrt{f(x-1)}$
 $y = \frac{1}{\sqrt{2-f(x-2)}}$

۱۵۸

مثال: نمودار تابع $y = f(x-2)$ به صورت زیر است. در مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x+3)f(x)}{x^3-8} \leq 0$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

(۱) ۹
 (۲) ۸
 (۳) ۱۰
 (۴) بی شمار

۱۵۷



فصل: تابع

تابع و درجه دو

$$x^2 = 9x$$

روش حلقه روش حلقه



$$\bullet (x^2 - 1)x^2 = 4(x^2 - 1)$$

$$\bullet \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{4}{x^2 - 1}$$

حل معادلات گویا

قدم اول: تجزیه و ساده کردن هر کسر

قدم دوم: مخرج زدایی و حل معادله بدون مخرج

قدم سوم: چک کردن جواب ها (نکته مخرج صفر نباشه!)

$$\bullet \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 3} = 1$$

○ خ انسانی ۸۵

در مورد معادله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$\frac{2x+2}{x^2+x} + \frac{3x-2}{x} = 1$$

(۱) دو جواب مثبت (۲) صفر و ۱- (۳) یک جواب (۴) فاقد جواب



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ انسانی

در مسئله زیر، تفاضل معکوس جواب از خودش، کدام است؟

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$$

- $\frac{5}{4}$ (۱) ○ $\frac{2}{3}$ (۲) ○ $\frac{7}{4}$ (۳) ○ $\frac{5}{4}$ (۴)

○ انسانی

ریشه بزرگ تر معادله کسری زیر، کدام است؟

$$\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$$

- $-\frac{1}{5}$ (۱) ○ $-\frac{1}{2}$ (۲) ○ $-\frac{1}{2}$ (۳) ○ $-\frac{1}{5}$ (۴)

○ انسانی

مجموع جواب های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ کدام است؟

(عبارت های گویا تعریف شده اند.)

- -1 (۱) ○ $\frac{2}{3}$ (۲) ○ $\frac{4}{3}$ (۳) ○ $\frac{7}{4}$ (۴)

○ خ انسانی

قدر مطلق تفاضل جواب های معادله زیر، کدام است؟

$$\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$$
 (عبارت های گویا تعریف شده اند.)

- 1 (۱) ○ $\frac{2}{5}$ (۲) ○ 1 (۳) ○ $\frac{1}{5}$ (۴)

○ خ انسانی

قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله زیر، کدام است؟

$$\frac{x-3}{x-6} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$$

- 4 (۱) ○ $\frac{4}{5}$ (۲) ○ 5 (۳) ○ $\frac{5}{5}$ (۴)

○ انسانی

مجموع ریشه های معادله زیر، کدام است؟

$$\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$$

- -4 (۱) ○ 4 (۲) ○ 6 (۳) ○ 12 (۴)



فصل: تابع

تابع و درجه دو

تألیفی

به ازای کدام مقدار a ، مجموع ریشه های معادله زیر، برابر ۵ است؟

$$\frac{a}{x} + \frac{x}{x-3} = 2$$

خ انسانی ۹۸

به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=1$ است؟

- ۱) $(-4, 2)$ ۲) $(-2, 4)$ ۳) $(2, 4)$ ۴) $(-2, 2)$

تألیفی

اگر $x=2$ یکی از ریشه های معادله $\frac{2x}{a+1} + \frac{x-a}{x+a} = 2$ باشد، مجموع مقادیر مختلف a کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) صفر ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{2}{4}$

تألیفی

به ازای چند مقدار m ، معادله زیر، جواب ندارد؟

$$\frac{x-2}{x-3} = \frac{x^2+mx-4}{(x-2)(x-3)}$$

- ۱) همواره دارای جواب ۲) $1(2)$ ۳) $2(3)$ ۴) $3(4)$

تألیفی

به ازای کدام مقدار k یکی از ریشه های معادله زیر، معکوس ریشه دیگر است؟

$$\frac{x}{x-1} + \frac{k}{x+2} = \frac{1}{2}$$

- ۱) (1) ۲) (3) ۳) (-1) ۴) (-2)

انسانی ۹۸

به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ دارای جواب $x=3$ است؟

- ۱) (1) ۲) $(\frac{1}{5})$ ۳) (-1) ۴) $(-\frac{1}{5})$

- ۱) $(-2, -\frac{1}{3})$ ۲) $(2, -\frac{1}{3})$ ۳) $(1, -\frac{2}{3})$ ۴) $(\frac{2}{3}, 1)$



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ انسانی ♦♦

معادله $\frac{ax^2+2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر، همواره برقرار است؟

○ مثال

گلدانی نقره داشتیم که نسبت وزن نقره خالص به وزن مس خالص آن، برابری بود. استاد قلمکار آن را خوب و ۱۰۰ گرم مس به آن اضافه کرد و گلدان جدیدی ساخت.

اگر $\frac{4}{5}$ وزن گلدان جدید نقره باشد.

اگر $\frac{1}{4}$ وزن گلدان جدید مس باشد.

○ تالیفی

یک کیک را بین چند نفر تقسیم کردیم و به هر یک مقدار مساوی رسید. سپس یک نفر دیگر به جمع آن اضافه شد و دوباره کیک بین آن‌ها تقسیم کردیم. در این مرحله به هر یک به اندازه $\frac{1}{3}$ کمتر رسید. مشخص کنید در ابتدا چند نفر بوده اند؟

○ تالیفی

مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر $\frac{5}{13}$ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

$a < -2$ (۱) $a \geq -2$ (۲) $a \leq 1$ (۳) $a < 1$ (۴)

۵ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

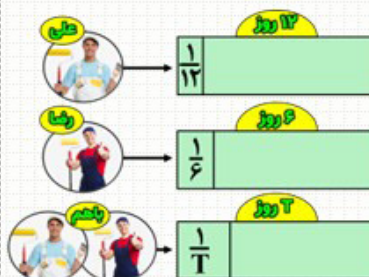


فصل: تابع

تابع و درجه دو

کاربرد معادلات گویا در مسائل روزمره

علی ساختمنی را به تنهایی در ۱۲ روز و رضا، همان ساختمان را در ۶ روز رنگ می زند. اگر هر دو با هم کار کنند، در چه مدت زمانی ساختمان رنگ می شود؟



تألیفی
هنگامی که دو چاپگر با هم کار می کنند، فیش حقوق کارگران یک کارخانه در ۶ ساعت چاپ می شود. اگر چاپگر قدیمی تر به تنهایی برای این کار ۵ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، در این صورت چاپگر جدیدتر به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می کند؟

- ۱۰(۱) ۱۵(۲) ۲۵(۳) ۳۰(۴)

تألیفی
بهر روز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

- ۳۲(۱) ۳۳(۲) ۴۵(۳) ۳۶(۴)

تألیفی
دو شیر آب، یک استخر خالی را در ۷/۵ ساعت پر می کنند. اگر مدت زمانی که شیر A به تنهایی استخر خالی را پر می کند ۲۰ ساعت بیشتر از مدت زمان B باشد، شیر A به تنهایی پس از چند ساعت استخر خالی را پر خواهد کرد؟

- ۱۰(۱) ۱۵(۲) ۲۵(۳) ۳۰(۴)

تألیفی

سه کارگر هر کدام به ترتیب در ۵، ۶ و ۱۵ روز می توانند کاری را انجام دهند. اگر هر سه با یکدیگر همکاری نمایند،

در چه مدت کل کار انجام می شود؟

● در مدت ۲ روز چه کسری از کار انجام می شود؟



فصل: تابع

تابع و درجه دو

○ تألیفی

علی به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{3}$ یک دیوار را رنگ می کند و رضا به تنهایی در هر ساعت $\frac{1}{4}$ همان دیوار را رنگ می کند. اگر آن ها با هم شروع به رنگ کردن کنند، در چه مدت، کل آن دیوار را رنگ می کنند؟

(۲) بین ۳ تا ۴ ساعت

(۱) بیش از ۴ ساعت

(۴) کمتر از ۲ ساعت

(۳) بین ۲ تا ۳ ساعت

○ تألیفی

استخری توسط دو شیر A و B پر می شود. شیر A و B به تنهایی استخر را به ترتیب در ۶ و ۱۲ ساعت پر می کنند. هر دو شیر را همزمان باز کرده و بعد از ۲ ساعت شیر B از کار می افتد. شیر A مابقی ظرفیت استخر را پر می کند. کل ظرفیت استخر در چند ساعت پر شده است؟

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

بسم الله الرحمن الرحيم

ریاضی جامع دو (گام دوم)



پدید آورندگان:
عبدالرضا منتظری و امیر حسین نصیری



معرفی یک نماد بنام (عدد نسبی یا عدد حدی)
توجه: عدد نسبی عدد نیست، یک تابلو است.

(۱) حد و پیوستگی (نمودار)
 (۱۲) حد و پیوستگی (ضابطه)
 (۱۳) اولین کاربرد مشتق در محاسبه حد $[f(x)]$
 (۱۴) دومین کاربرد مشتق در محاسبه حد $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ با هسپیتال
 (۱۵) حد در بی نهایت (رفع ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ و $\infty - \infty$ و $\infty \times \infty$)
 (۱۶) حد و پیوستگی (توابع شامل جزء صحیح)

معرفی یک نماد بنام (عدد نسبی یا عدد حدی)
توجه: عدد نسبی عدد نیست، یک تابلو است.

معرفی یک نماد بنام (عدد نسبی یا عدد حدی)
توجه: عدد نسبی عدد نیست، یک تابلو است.

مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x)] =$

مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$

مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x)] =$
- $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) =$

مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$



مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] =$

مثال حاصل حدهای زیر؟

- $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) =$
- $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) =$

مثال با توجه به نمودارهای زیر $\lim_{x \rightarrow 0} [f \circ g \circ f(x)]$ را بیابید.

$\frac{0^+}{2}$	$\frac{0^-}{2}$	$\frac{0^+}{-2}$	$\frac{0^-}{-2}$
$\frac{+\infty}{2}$	$\frac{-\infty}{2}$	$\frac{+\infty}{-2}$	$\frac{-\infty}{-2}$
$\frac{2}{0^+}$	$\frac{2}{0^-}$	$\frac{-2}{0^+}$	$\frac{-2}{0^-}$
$\frac{2}{+\infty}$	$\frac{2}{-\infty}$	$\frac{-2}{+\infty}$	$\frac{-2}{-\infty}$

(۱) حد و پیوستگی (نمودار)

(۲) حد و پیوستگی (ضابطه)

(۳) اولین کاربرد مشتق در محاسبه حد $[f(x)]$

(۴) دومین کاربرد مشتق در محاسبه حد $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ با هسپیتال

(۵) حد در بی نهایت (رُفَع اِبْهَام $\frac{\infty}{\infty}$ و $\frac{0}{0}$ و $\infty \times \infty$)

(۶) حد و پیوستگی (توابع شامل جزء صحیح)

$\lim_{x \rightarrow 1} [2x+1] =$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} =$	$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1} =$

$\lim_{x \rightarrow 1} (2x+1) = 3$	$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+1) = 2$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1+\sin x) =$

$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{ x-1 }{x-1} =$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)^3} =$
--	--

مثال فاصله حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{3x-2|x|}{x+|6x|}$ در $x=0$ چقدر است؟

صحیح

$\frac{0}{0}$

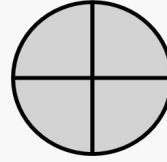
$\sqrt{0}$



سراسری ۹۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x+1| + [x]}{x - [-x]}$ کدام است؟

- ۱) $-\infty$ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

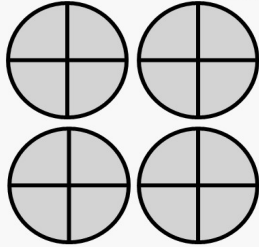
سراسری ۹۰) مقلّر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x - 1]$ کدام است؟



- ۱) -1
۲) صفر
۳) ۱
۴) وجود ندارد

سراسری ۹۸) اگر $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$ کدام صحیح است؟

- ۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$
۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$
۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$
۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = +\infty$



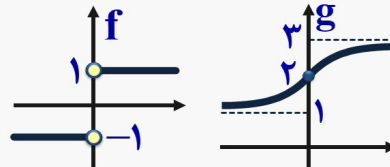
تالیفی • حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - [x] - 2}{1 - 3x}$ برابر کدام است؟

- ۱) $+\infty$
۲) $-\infty$
۳) تعریف نشده
۴) ۱

سراسری ۸۶) اگر $f(x) = 2 \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- ۱) -4
۲) -3
۳) -2
۴) وجود ندارد

مثال • با توجه به نمودارهای زیر $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x), g(x)]$ کدام است؟



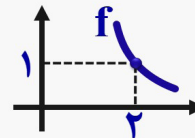
- ۱) ۱
۲) -1
۳) -2
۴) وجود ندارد

تالیفی • اگر تابع f یک به یک بوده و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-3} = +\infty$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow -3^-} f^{-1}(-x)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) $-\infty$ ۳) -1 ۴) $+\infty$

تالیفی • شکل زیر بخشی از نمودار تابع معکوس پذیر f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{f^{-1}(x)-2}$ را بیابید.

۱) ۲ ۲) $-\infty$ ۳) -1 ۴) $+\infty$



تالیفی • تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx - 1$ الزاماً از کدام نواحی می‌گذرد، اگر $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{a}{ax^2 + bx - 1} = -\infty$ ؟

- ۱) ۲, ۳ ۲) ۱, ۲, ۴ ۳) ۱, ۳, ۴ ۴) ۲, ۳, ۴

تالیفی • اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{x^2 + ax + b} = -\infty$ حاصل $a + 2b$ ؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰



تالیفی اگر تابع f در $x = -2$ فقط از راست پیوسته باشد، مقدار $f(-18a)$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

$$f(x) = \begin{cases} 3[-x] & x \leq -2 \\ |\frac{2}{a} + 3x| & x > -2 \end{cases}$$

تالیفی اگر تابع f در $x = 2$ پیوسته باشد $a - b$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} a + [x^2 - 2x] & x > 2 \\ \log(2x^2 - 7) & x = 2 \\ b[-\frac{2}{x}] - 5 & x < 2 \end{cases}$$

(۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $-\frac{2}{15}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۴) $-\frac{2}{15}$

تالیفی نمودار سهمی g در نقاط به طول های ۳ و ۴ محور x هارا قطع می کند، اگر تابع f در $x = 2$ پیوسته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ؟

(۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۲۰ (۴) -۲۰

تالیفی تابع f روی \mathbb{R} پیوسته است، مقدر b کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x[-\frac{x}{3}] & |x| < 3 \\ ax + b & |x| \geq 3 \end{cases}$$

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

سراسری اگر $f(x) = x(1-x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ تعداد نقاط ناپوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری اگر $f(x) = x^4 - x^2$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ تعداد نقاط ناپوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری اگر $f(x) = 1 - x^2$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ تعداد نقاط ناپوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۱) حد و پیوستگی (نمودار)

(۲) حد و پیوستگی (ضابطه)

(۳) اولین کاربرد مشتق در محاسبه حد $[f(x)]$

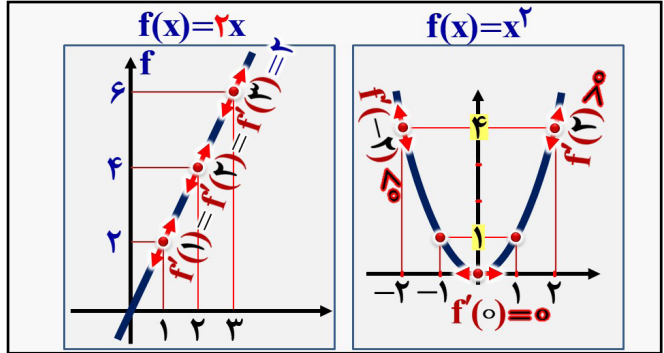
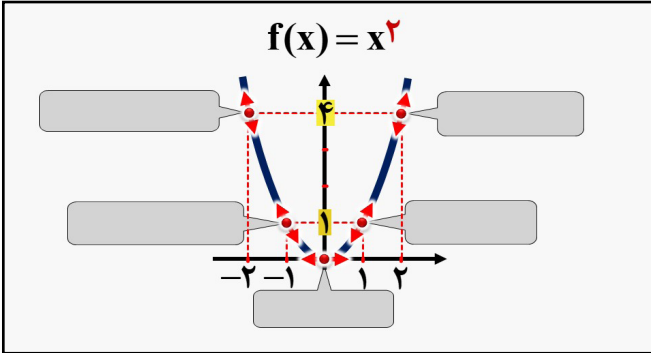
(۴) دومین کاربرد مشتق در محاسبه حد $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ با هسپیتال

(۵) حد در بی نهایت (رُفَع اِبهام $\frac{\infty}{\infty}$ و $\frac{\infty}{0}$ و $0 \times \infty$)

(۶) حد و پیوستگی (توابع شامل جزء صحیح)

سراسری اگر $f(x) = 4 - x^2$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 2 \\ 0 & x = 2 \\ -1 & x < 2 \end{cases}$ تعداد نقاط ناپوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



مشتق توابع مثلثاتی

$(\sin x)' =$ $(\tan x)' =$

$(\cos x)' =$ $(\cot x)' =$

$y = \sin x$
 $y' = \cos x$

$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) =$

$(x^5)' =$

$(\frac{1}{x^2})' = (x^{-2})' =$

$(\sqrt{x^3})' = (x^{\frac{3}{2}})' =$

مشتق توابع مثلثاتی

$(\sin x)' =$ $(\tan x)' =$

$(\cos x)' =$ $(\cot x)' =$

$y = \sin x$
 $y' = \cos x$

مشتق توابع مثلثاتی

$(\sin x)' =$ $(\tan x)' =$

$(\cos x)' =$ $(\cot x)' =$

$y = \sin x$
 $y' = \cos x$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} [x^2 - 3x - 1] =$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} [x^3 - 4x] =$

$\lim_{x \rightarrow 3} [-x^2 + 6x] =$

$(f \pm g)' =$ $(\frac{f}{g})' =$

$(f \cdot g)' =$

$(a)' = 0$

$(3x^2 - 2x + 5)' =$

$[(x^2 + 2x)(\sqrt{x^2})]' =$

$(\frac{2x+4}{\Delta x-1})' =$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x^2 - 3x + 2} =$

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} [-\frac{1}{x^2}] =$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} [3 - \frac{2}{|1-x|}] =$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} [\frac{x+2}{-x+1}] =$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} [x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 4x] =$

$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} [\sin x + \cos x] =$



تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5+[-3x]}{\sqrt{x+6}-x}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$
 (۲) $-\infty$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۱

$(9)^{\frac{3}{2}} =$
 $(8)^{-\frac{2}{3}} =$
 $(16)^{-\frac{3}{4}} =$

(۱) حد و پیوستگی (نمودار)
 (۲) حد و پیوستگی (رابطه)
 (۳) اولین کاربرد مشتق در محاسبه حد $[f(x)]$
 (۴) دومین کاربرد مشتق در محاسبه حد $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ با هوییتال
 (۵) حد در بی نهایت (رفع ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ و $\frac{\infty}{-\infty}$ و $\frac{-\infty}{\infty}$)
 (۶) حد و پیوستگی (توابع شامل جزء صحیح)

تالیفی اگر $f(x) = \frac{1}{x^3+2x-3}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f^{-1}(x)]$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) صفر

$(\frac{2}{(2\sqrt{x}-3x)^3})' =$

 $(\sin^3(\sqrt[5]{(2x+1)^2}))' =$

$[f(g(x))]'(x) =$

انواع $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

$\frac{0}{0} =$ $\frac{0^{\pm}}{0} =$
 $\frac{0}{0^{\pm}} =$ $\frac{0^{\pm}}{0^{\pm}} =$

$(\sqrt{\square})' = ((\square)^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}(\square)^{-\frac{1}{2}} \times (\square)'$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} =$
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1} =$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} =$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{4x+1}-3} =$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-2} =$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)^2}{x-1} =$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)^2} =$
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} =$



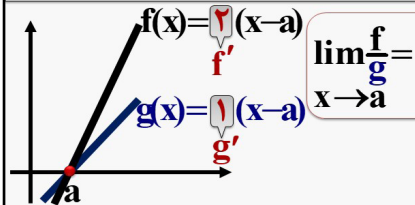
سراسری ۹۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $+\infty$

قاعده هوییتال

دو تابع مشتق پذیر در ریشه مشترک $x=a$ داریم.

در همسایگی $x=a$ نسبت عرض دو تابع همان نسبت شیب شان است



سراسری ۹۸ حد عبارت $\frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

سراسری ۹۸ حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ کدام است؟

- (۱) -۲۴ (۲) -۱۸ (۳) -۱۲ (۴) -۶

سراسری ۸۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}}$ کدام است؟

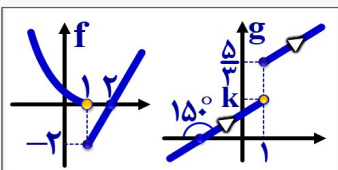
تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt[3]{x+6}}{2x-4}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{12}$

سراسری ۹۵ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ مقدار b کدام است؟

سراسری ۹۵ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه b کدام است؟

تالیفی با توجه به نمودار f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3g(x)-5}{f(x)+2}$ ؟



- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) وجود ندارد

سراسری ۹۱ اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2+x-1}$ باشد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x)-1}{2(x-1)}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱



تالیفی اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3-2f(x)}{f(x)-2} = -1$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x)-1}{1-\sqrt{f(x)}}$ ؟
 $f(x) \rightarrow$

(۱) ۳
 (۲) -۳
 (۳) ۶
 (۴) -۶

سراسری ۵۵ نمودار سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x)+g(x)}{4-x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{5}{4}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

سراسری ۹۸ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2|x-2|} & x \neq 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ در $x=2$ چگونه است؟

(۱) از چپ پیوسته
 (۲) پیوسته
 (۳) از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته
 (۴) از راست پیوسته

سراسری ۹۸ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه زیر در نقطه $x=-2$ فقط از چپ پیوسته است؟

$f(x) = \begin{cases} \frac{a+x^3}{|x+2|} & x \neq -2 \\ a & x = -2 \end{cases}$

(۱) -۱۲
 (۲) -۶
 (۳) ۶
 (۴) ۱۲

سراسری ۹۰ تابع زیر به ازای کدام مقدار a بر \mathbb{R} پیوسته است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) به ازای هر مقدار a (۴) به ازای هیچ مقدار a

$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2+x-2|}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$

سراسری ۹۴ به ازای کدام مقدار a ، تابع زیر همواره پیوسته است؟

$f(x) = \begin{cases} \frac{a(1+\sqrt{1-x})}{x^2-2x} & x > 2 \\ x-a & x \leq 2 \end{cases}$

(۱) $1/2$
 (۲) $1/6$
 (۳) $2/4$
 (۴) $3/2$

سراسری ۸۶ تابع زیر به ازای چه مقدار a ، در $x=1$ پیوسته است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) به ازای هر مقدار a (۴) به ازای هیچ مقدار a

$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & x > 1 \\ ax-a+3 & x \leq 1 \end{cases}$

سراسری ۸۸ تابع زیر از نظر پیوستگی در دو نقطه به طولهای -1 و 1 به ترتیب چگونه است؟

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & |x| > 1 \\ 2x & |x| \leq 1 \end{cases}$

(۱) ن-پ (۲) ن-ن (۳) پ-پ (۴) پ-ن

سراسری ۹۴ به ازای کدام مقدار a تابع زیر در $x=3$ پیوسته است؟

(۱) -۲
 (۲) ۲
 (۳) هیچ a
 (۴) هر a

$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{x-\sqrt{x+1}}}{x-3} & x > 3 \\ ax-3a-\frac{3}{8} & x \leq 3 \end{cases}$

سراسری ۹۶ تابع زیر به ازای چه مقدار a در $x=1$ پیوسته است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) به ازای هر مقدار a (۴) به ازای هیچ مقدار a

$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} & x > 1 \\ ax-a+2 & x \leq 1 \end{cases}$



سراسری ۹۹ به ازای کدام مقدار a تابع زیر، در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{4} \\ a & ; x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۱/۵ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۱/۵ (۴)

سراسری ۹۹ به ازای کدام مقدار a تابع زیر، در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{4} \\ a & ; x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۱/۵ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۱/۵ (۴)

سراسری ۹۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{6}{x^2 - 2x} - \frac{x+1}{x-2})$ کدام است؟

۵/۴ (۴) ۲ (۳) -۵/۴ (۲) -۲ (۱)

سراسری ۸۶ تابع زیر به ازای کدام مقدار a در $x = 0$ پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & x > 0 \\ a \sin(x + \frac{\pi}{6}) & x \leq 0 \end{cases}$$

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{1}{x-2} - \frac{1}{1 - \sqrt{5-2x}})$ کدام است؟

-۱/۴ (۴) ۲ (۳) ۱/۴ (۲) -۲ (۱)

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{x^2 - 1} - |\frac{x}{x+1}|$ کدام است؟

-۱/۴ (۴) -۱ (۳) ۱/۴ (۲) ۱ (۱)

سراسری ۹۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} (\frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4})$ کدام است؟

-۱/۴ (۴) -۵/۱۲ (۳) ۱/۴ (۲) ۵/۱۲ (۱)

سراسری ۸۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} (\frac{x+19}{x^2 + 3x - 4} + \frac{3}{x+4})$ کدام است؟

-۱/۴ (۴) -۴/۵ (۳) ۱/۴ (۲) ۴/۵ (۱)

(۱) حد و پیوستگی (نمودار)
 (۲) حد و پیوستگی (شماره)
 (۳) اولین کاربرد مشتق در محاسبه حد $[f(x)]$
 (۴) دومین کاربرد مشتق در محاسبه حد $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ با هسپیتال
 (۵) حد در بی نهایت (رفع ابهام $\frac{\infty}{\infty}$ و $\frac{0}{0}$ و $\infty \times \infty$)
 (۶) حد و پیوستگی (توابع شامل جزء صحیح)

۴ (۱) ۳ (۲) +∞ (۳) -∞ (۴)

سراسری ۹۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{x+2}{x^2 - 2x} - \frac{2|x|}{2-x})$ کدام است؟

۴ (۱) ۳ (۲) +∞ (۳) -∞ (۴)



$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + \sqrt{x}}{3x + 4\sqrt{x}} =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x}}{3x + 4\sqrt{x}} =$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 3\sqrt{x}}{x^2 + x} =$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3\sqrt{x}}{x^2 + x} =$
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3 - x}{x + \sqrt[3]{x}} =$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - x}{x + \sqrt[3]{x}} =$

• $x^2 + x + \sqrt{x} \approx$ $x \rightarrow +\infty$

• $x^2 + x + \sqrt{x} \approx$ $x \rightarrow 0^+$

سراسری ۰۰ مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ کدام است؟

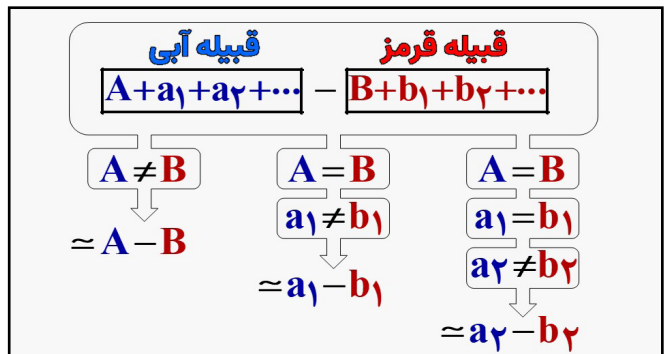
(۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

تالیفی مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1+x}{3+x^2} \right]$ کدام است؟

(۱) صفر
(۲) -۱
(۳) $+\infty$
(۴) وجود ندارد

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^2 + (x+1)^2}{x^2 + 3}$ ؟

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)



مثال

- $\sqrt{x^2 + 6x + 10} \approx$ $x \rightarrow +\infty$
- $\sqrt[3]{x^3 + 6x^2 + 5} \approx$ $x \rightarrow +\infty$
- $\sqrt{x^2 - 12x + 1} \approx$ $x \rightarrow -\infty$
- $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 - 10} \approx$ $x \rightarrow -\infty$

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^2 - (x+1)^2}{5x + 3}$ ؟

تالیفی حاصل حدهای زیر را بیابید؟

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 6x^2 + 4} - x)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 3} - \sqrt{x^2 - x + 1})$

مثال

- $\sqrt{x^2 + 11} \approx$ $x \rightarrow -\infty$
- $\sqrt[3]{x^3 + 3x + 5} \approx$ $x \rightarrow -\infty$
- $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 3} \approx$ $x \rightarrow -\infty$
- $\sqrt[3]{x^6 - 9x^4 + 3x} \approx$ $x \rightarrow \infty$



تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + 4x + 3x})$ ؟

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 6x^2} + \sqrt{x^2 - 2x})$ کدام است؟

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x)$ ؟ کدام است؟

سراسری ۹۸ اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

سراسری ۹۸ اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ؟ کدام است؟

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}}$ ؟ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + 2x^2 + 3}}{x^2 + \sqrt{x^4 + 4x^2 + 5}}$ ؟

سراسری ۹۱ نمودار تابع زیر از نقطه $(2, 1)$ می گذرد. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؟ $f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{2x}$ کدام است؟

سراسری ۱۰۰ مقلد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ؟ کدام است؟

تالیفی حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - \sqrt{x^4 + 2x^2 + 3}}{x^2 - \sqrt{x^4 + 4x^2 + 5}}$ ؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱



سراسری ۱۰ اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{3}$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} [\frac{1}{x}]f(x)$ چقدر است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) -۱

تالیفی با توجه به تابع f حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2})$ چیست؟

(۱) ۱
(۲) -۱
(۳) -۲
(۴) ۲

$f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 2x^3 + x} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$

سراسری ۹۹ تابع $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} f(x)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{17}$ (۲) $-\frac{6}{17}$ (۳) $-\frac{5}{14}$ (۴) $-\frac{6}{11}$

سراسری ۹۹ تابع $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

تالیفی اگر $f(x) = \frac{5x^2 - 2x - 7}{ax^2 + bx + 3}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$
(۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

تالیفی اگر $f(x) = \frac{5x^2 - 2x - 7}{ax^2 + bx + 3}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$
(۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

تالیفی اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{ax^2 + bx + 4} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + 12x} - \sqrt[3]{bx^3 - 24x^2})$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

تالیفی اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 + ax^2 + bx}{2x - 4} = 0$ ، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx + \sqrt{4 - ax^2}}{(a+b)x^2 + 2\sqrt{2}x}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $2(\sqrt{2} - 1)$ (۳) $1 - 2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2} - 1$

یادداشت

HARFE AKHAR

سراسری ۱۰ اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

هم‌ارزی: $\sin x \approx x$, $\tan x \approx x$ when $x \rightarrow 0$.

$\sin x \approx \frac{x^3}{6}$
 $\tan x \approx \frac{x^3}{3}$

$\tan x - \sin x \approx \frac{1}{6}x^3$
 $\tan x - x \approx \frac{1}{3}x^3$
 $x - \sin x \approx \frac{1}{6}x^3$

57

مثال: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin^3 x}$ برابر است با:

$y = x$
 $y = \sin x$

$\sin x \approx x$ when $x \rightarrow 0$.

56

$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ when $x \rightarrow 0$.

$f(x) = \cos x$

$y = -\frac{x^2}{2} + 1$

58

هم‌ارزی کسینوس: $\cos^n x \approx 1 - n \frac{x^2}{2}$ when $x \rightarrow 0$.

$\cos^n U - \cos^m V \approx -\frac{1}{2}(nU^2 - mV^2)$ when $U \rightarrow 0, V \rightarrow 0$.

$\cos^2 x - \cos^2 x \approx 0$ when $x \rightarrow 0$.

$\cos^3 x - \sqrt{\cos x} \approx 0$ when $x \rightarrow 0$.

59

سده 91: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}$ کدام است؟

60

سده 96: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos^3 x} - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ کدام است؟

63

مثال: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - |\cos x|}{|\sin x| \cdot \sin x}$ چیست؟

62

سده 90: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin x}$ کدام است؟

61

سده 96: حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$ کدام است؟

64

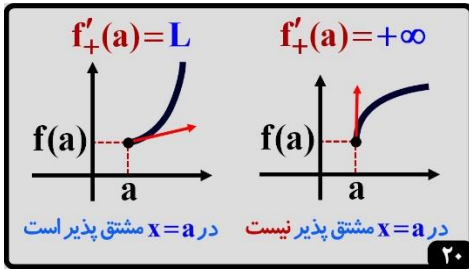
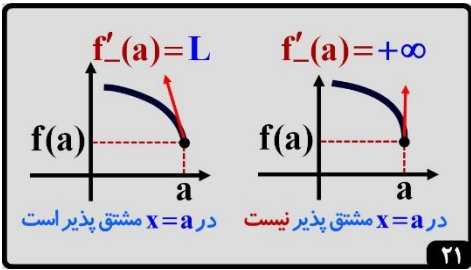
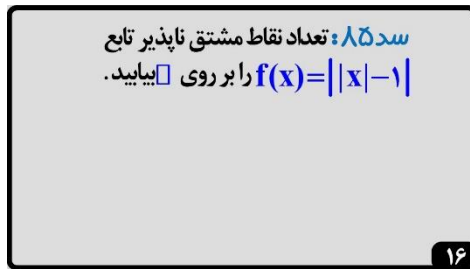
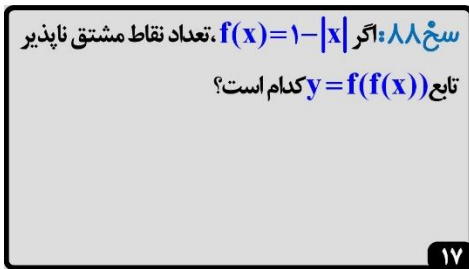
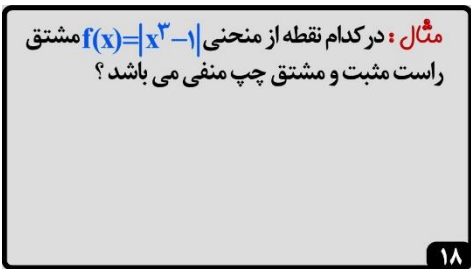
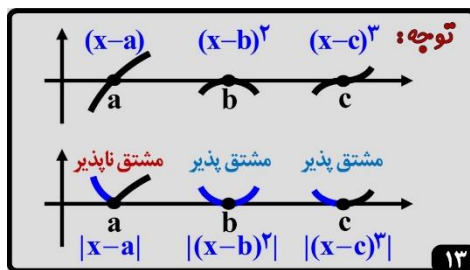
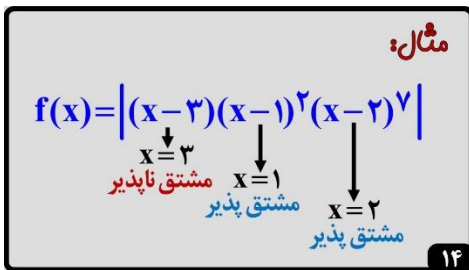
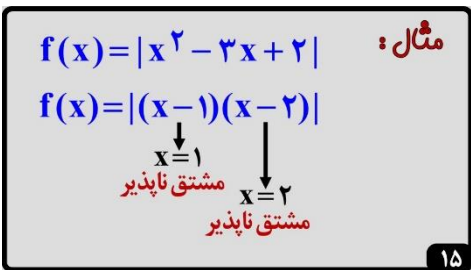
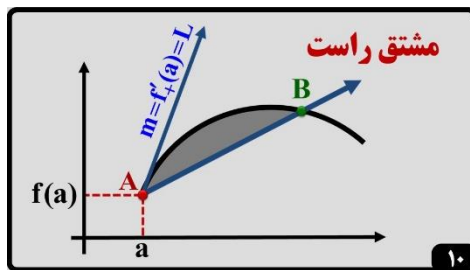
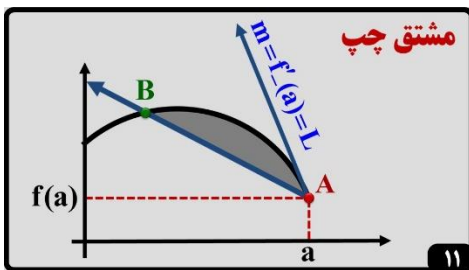
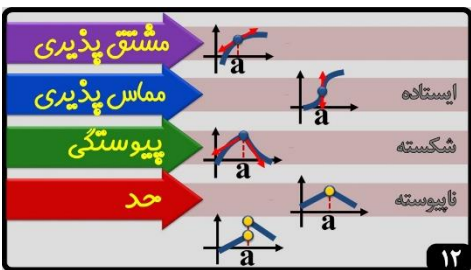
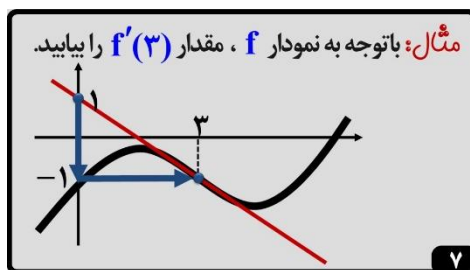
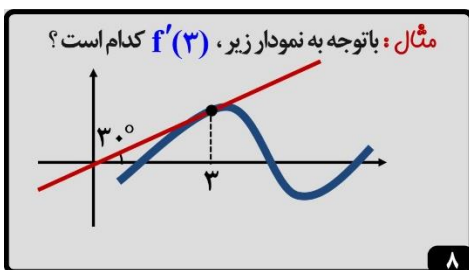
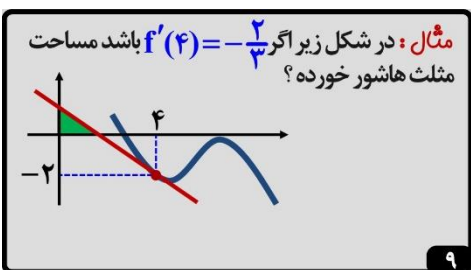
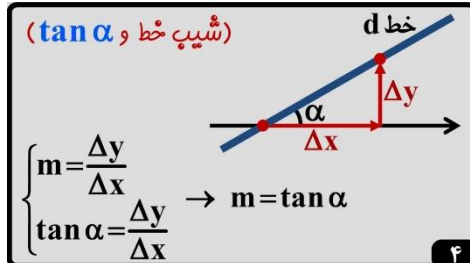
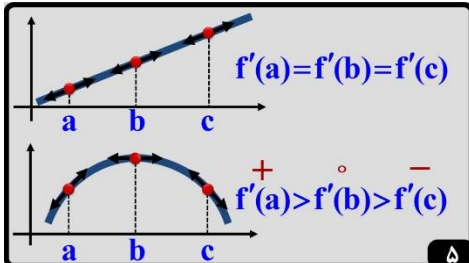
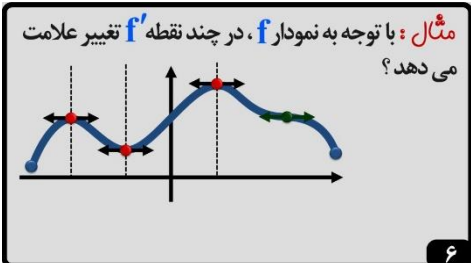
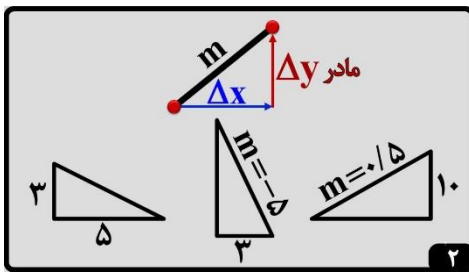
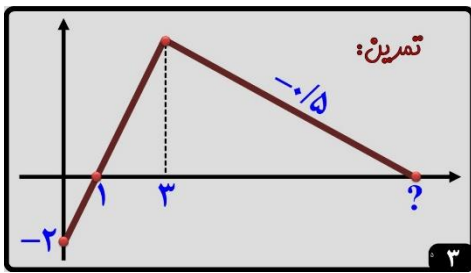
سده 94: $\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1+x^2}}$

1) -3
 2) 3
 3) صفر
 4) حد ندارد.

65

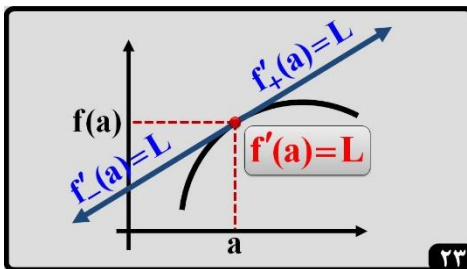
Blank area for student work.

ریاضی جامع (۲) گام ۳



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^2) - f(4)}{2x - 4} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$



$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

توانی:

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sqrt[n]{x^m})' = \frac{m}{n\sqrt[n]{x^{n-m}}}$$

مشتق توابع
یک لایه ای

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(x+2h) - f(x)}{\Delta h} = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

هموگرافیک: $(\frac{ax+b}{cx+d})' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

نمایی و لگاریتمی: $(\frac{a}{x})' = \frac{-a}{x^2}$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(e^x)' = e^x$

مثلثاتی:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$$

$$(\cot x)' = -1 - \cot^2 x$$

مثال:

$$f(x) = \sqrt[5]{x^6} \rightarrow f'(x) =$$

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) =$$

مشتق توابع
چند لایه ای

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$$

مثال: مشتق تابع $f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x^2}}$ را در $x = 64$ بیابید.

مثال:

$$f(x) = \sqrt[5]{(-2x+1)^4}$$

$$f'(x) =$$

مثال:

$$[\tan(\sin(x))]'$$

$$1 + \tan^2(\sin(x)) \times \cos(x)$$

مثال:

$$[f(g(x))]'(x)$$

$$f'(g(x)) \times g'(x)$$

مثال:

$$f(x) = \sqrt[5]{\tan^2(7x)}$$

$$f'(x) =$$

مثال:

$$[\sin^5(\sqrt{x^2})]' = \left[(\sin(\sqrt{x^2}))^5 \right]'$$

$$5 \sin^4(\sqrt{x^2}) \times \cos(\sqrt{x^2}) \times \frac{2}{5\sqrt{x^3}}$$

مثال:

$$[\sqrt[5]{\cos^3(2x)}]' = \left[(\cos(2x))^{\frac{3}{5}} \right]'$$

$$= \frac{3}{5\sqrt[5]{\cos^2(2x)}} \times -\sin(2x) \times 2$$

سرخ 95: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است؟

$\frac{5}{24} (2) \quad \frac{7}{48} (1)$

$\frac{7}{16} (4) \quad \frac{7}{24} (3)$

سرخ 95: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ ، کدام است؟

$-18 (2) \quad -21 (1)$

$15 (4) \quad 12 (3)$

$$\left(\sqrt[n]{g(x)^m}\right)' = \frac{m}{n\sqrt[n]{g(x)^{n-m}}} \times g'(x)$$

$$\left(\sqrt{g(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{g(x)}} \times g'(x)$$

$$\left(\frac{a}{g(x)}\right)' = \frac{-a}{g(x)^2} \times g'(x)$$

سده ۹۶: اگر تابع f در $x=4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)+7}{x-4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x=2$ ، کدام است؟

۴۳

سده ۹۵: تابع f در $x=2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-9}{h} = \frac{3}{2}$ است، مشتق $g(x) = x\sqrt{f(x)}$ در $x=2$ ، کدام است؟

۴۴

سده ۹۶: اگر تابع f در $x=-2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h)+3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $x^2 f(x)$ در $x=-2$ ، کدام است؟

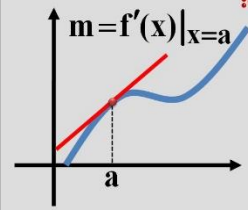
۴۵

سده ۹۵: خط به معادله $y=3x-2$ در نقطه $x=2$ بر منحنی $y=f(x)$ مماس است. حاصل حد زیر کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x-2}$$

۴۶

مفهوم مشتق در نقطه:



۴۷

تمرین: اگر $f'(x) = \frac{1}{x}$ مشتق تابع $f(x + \sqrt{1+x^2})$ را بیابید.

۴۸

سده ۸۷: اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق تابع $y = f(\sqrt{|x|+3})$ در $x=-1$ را بیابید.

۴۹

سده ۹۲: اگر $f(x) = \frac{x^2-2}{1+x^3}$ ، $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ باشد، حاصل $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ را بیابید.

۵۰

تمرین: اگر $f(x) = \frac{1}{x+3}$ و $g(x) = \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+6x+9}$ باشد حاصل $\frac{g'f' - f''g}{(f')^2}$ را بیابید.

۵۱

مثال: اگر $f(x) = \frac{1}{x+3}$ و $g(x) = \frac{(x+3)^3}{(x+1)}$ باشد، حاصل $f''g + g'f'$ را بیابید.

۵۲

مثال: اگر f, g توابع زیر باشند، حاصل $f(1)g'(1) + f'(1)g(1)$ را بیابید.
 $f(x) = (x + \sqrt{4+x^2})^2$
 $g(x) = (x - \sqrt{x^2+4})^2$

۵۳

سده ۹۰: در تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ مقدار $f_+'(1) + 2f_-'(1)$ کدام است؟

۵۴

سده ۸۷: در تابع با ضابطه $f(x) = |x| \cdot [x]$ مقدار $f'(0^-) - f'(0^+)$ کدام است؟

۵۵

سده ۹۲: اگر θ زاویه بین مماس چپ و مماس راست $f(x) = [x + \frac{1}{x}]x + x^2$ باشد؟ $\tan \theta = ?$

۵۶

سده ۹۴: اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $f(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

۵۷

مشتق در نقطه } عادی
 ریشه

۵۸

مثال: $f(x) = x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$
 $f(x) \approx -2(x+1)$ at $x \rightarrow -1$
 $f(x) \approx 2(x-1)$ at $x \rightarrow 1$

۵۹

مثال: $y = (x+1)(x-1)^2$
 $y \approx 4(x+1)$ at $x \rightarrow -1$
 $y \approx 2(x-1)^2$ at $x \rightarrow 1$

۶۰

مثال: $f(x) = (x-1)(x^3+x+1)$

$$f(x) \approx \quad f'(1) =$$

مثال: $f(x) = |x-2|(\sqrt{2x+3})$
 $f(x) \approx \quad \left\{ \begin{array}{l} f_+'(2) = \\ f_-'(2) = \end{array} \right.$

۶۱

مثال: اگر $f(x) = |x|\sqrt{x+4}$ باشد $f_+'(0)$ را بیابید.

$$f(x) \square \quad f_+'(0) =$$

۶۲

مثال: قدر مطلق تفاضل مشتق چپ و راست تابع زیر در $x=0$ را بیابید.

$$f(x) = \sqrt{x^2+x^4}$$

$$f(x) \square \quad x \rightarrow 0$$

۶۳

مثال: اگر $f(x) = x^2 + |x|$ باشد $f'_+(0)$ را بیابید.

$$f(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} f'_+(0) = 1$$

۶۶

سده: مماس چپ و راست تابع $f(x) = |x|(x+a)$ در نقطه زاویه دار آن عمود بر هم اند. مجموعه مقادیر a را بیابید.

$$f(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \begin{cases} f'_+(0) = \\ f'_-(0) = \end{cases}$$

۶۵

مثال: نمودار تابع $f(x) = \sqrt{(x-1)^3(x^2+x+2)}$ اطراف $x=1$ چگونه است؟

$$f(x) \underset{x \rightarrow 1^+}{\approx}$$

۶۴

سج: اگر θ زاویه بین دو مماس چپ و راست در نقطه گوشه نمودار تابع $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+3}}$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟

سده: اگر $f(x) = (x^2-x-2)\sqrt{x^2-7x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ را بیابید.

$$f(x) \underset{x \rightarrow -1}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

۶۸

سده: مشتق چپ تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$ در $x=0$ کدام است؟

$$f(x) \underset{x \rightarrow 0^-}{=} f'_-(0) =$$

۶۷

سج: در تابع زیر مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام است؟

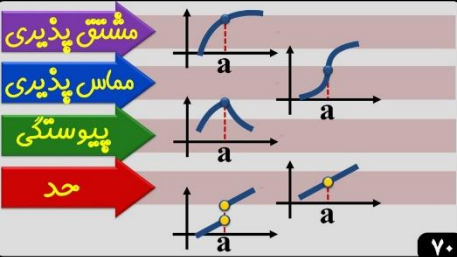
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & x > 1 \\ ax+b & x \leq 1 \end{cases}$$

۷۲

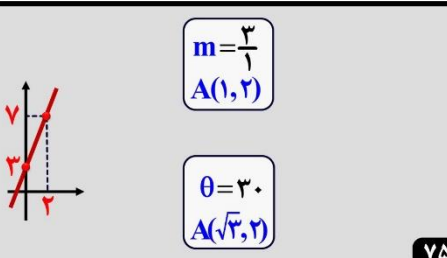
سده: تابع زیر به ازای کدام مقدار a در نقطه $x=1$ مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} ax-a & x < 1 \\ x^2-x & x \geq 1 \end{cases}$$

۷۱



۷۰



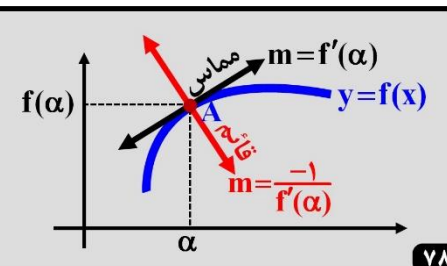
۷۵

معادله خط مماس و قائم

۷۴

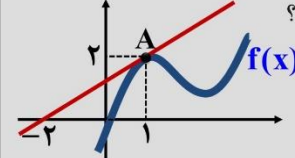
سج: تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x}}{x} & x \geq 1 \\ ax^2+bx & x < 1 \end{cases}$ بر روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. b کدام می باشد؟

۷۳

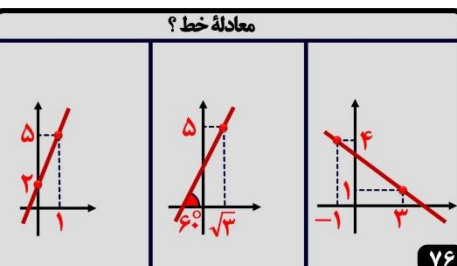


۷۸

مثال: با توجه به نمودار زیر، معادله خط مماس بر f در $x=1$ کدام است؟



۷۷



۷۶

سج: خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4x}}$ در نقطه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟

۸۱

سده: خط $y = 2x - 5$ در نقطه ای به طول ۱ بر منحنی $y = ax^2 + bx + 1$ مماس است. a کدام است؟

۸۰

سده: عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2+3x}$ در نقطه $x=1$ واقع بر آن، کدام است؟

۷۹

مثال: خط مماس بر منحنی $y = x^3 - 3x^2 + 4$ در نقطه به طول ۱ محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

۸۴

سج: خط گذرا بر دو نقطه به طول های ۱ و $\frac{1}{2}$ واقع بر منحنی $y = \frac{1}{x^2}$ ، در نقطه ای با کدام طول بر این منحنی مماس است؟

۸۳

سده: خط مماس بر منحنی $y = x^3 + 3x^2 + 1$ بر خط $x - 2y = 2$ عمود است. این خط مماس از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟
 ۱) $(1, 3)$ ۲) $(1, 4)$ ۳) $(2, -6)$ ۴) $(2, -4)$

۸۲

آهنگ تغییرات

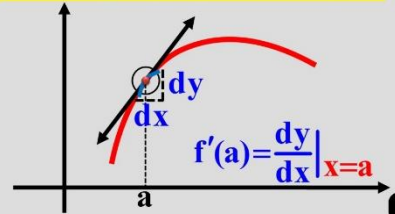
سده ۹۵: از نقطه $A(0, 4/5)$ خطی بر منحنی $y=x^2$ عمود شده است. طول پای عمود با علامت مثبت، کدام است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2/5$

مثال: خطوط مماس در نقاط به طول ۱ و -۱ روی تابع $y=x^2-6x^2+ax+1$ بر هم عمودند، a کدام است؟

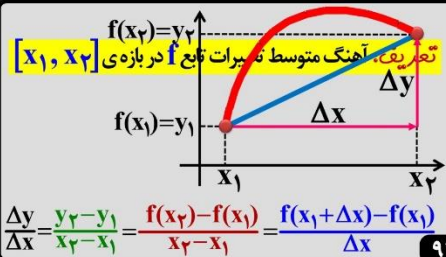
مثال: آهنگ آنی تغییرات مساحت یک دایره نسبت به شعاع آن، در لحظه ای که $r=3$ می باشد چه قدر است؟

مثال: آهنگ لحظه ای تغییرات $f(x)=x^2+3x+1$ در $x=1$ چیست؟

تعریف: آهنگ لحظه ای تغییرات تابع f در $x=a$



مثال: آهنگ متوسط تغییرات تابع $f(x)=x^2+1$ در بازه $[1, 3]$ را بیابید.



مثال: در یک مخروط به ارتفاع ثابت ۳ متر، آهنگ تغییر حجم مخروط نسبت به شعاع قاعده مخروط، زمانی که $r=2$ باشد کدام است؟

سرخ ۹۰: در تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ آهنگ متوسط از $x_1=2$ تا $x_2=5$ ، برابر آهنگ لحظه ای آن در $x=\alpha$ است. α کدام است؟

س: در تابع $f(t) = \frac{2t}{t}$ آهنگ آنی تغییر تابع در $t=4$ چقدر از آهنگ متوسط تغییر تابع، در بازه زمانی $[3, 5]$ بیشتر است؟

سده ۸۶: در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع، وقتی متغیر x از عدد ۲ به عدد $2+h$ تغییر کند، برابر $\frac{h}{9}$ است. h کدام است؟

سده ۹۳: در تابع $f(x) = (2x+1) \cdot \frac{1}{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع، از نقطه $x=4$ تا نقطه $x=12$ از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در $x=4$ چه قدر بیشتر است؟

سرخ ۸۸: در تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ روی بازه $[2, 2/0.2]$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در $x=2$ ، چه قدر بیشتر است؟

سده ۹۰: در تابع $f(x) = \frac{2x}{x^2}$ آهنگ متوسط تغییر تابع از $x_1=2$ تا $x_2=3$ چه قدر از آهنگ لحظه ای در $x = \sqrt{12}$ بیشتر است؟

سده ۸۷: در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه $[2/25, 2/56]$ از آهنگ آنی در شروع این بازه، چه قدر کم تر است؟

سرخ ۸۷: در تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x=3$ و $\Delta x = 0.1$ از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در نقطه $x=3$ چه قدر بیشتر است؟

سده ۸۸: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2+16}$ نسبت به متغیر x در بازه $[0, 3]$ از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در $x = \sqrt{2}$ چه قدر کم تر است؟

سرخ ۸۶: در تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ تفاضل آهنگ لحظه ای در نقطه $m + \frac{h}{4}$ از آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از عدد m به عدد $m+h$ تغییر کند، کدام است؟

سرخ ۹۴: در تابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x در نقطه $x=1$ با نمو 0.44 از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

س: در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه $x=1$ با نمو متغیر 0.21 از آهنگ لحظه ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

مثال: اگر معادله ی حرکت جسمی $x(t) = t^2 + 2t$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه ی $[1, 2]$ چند برابر سرعت لحظه ای متحرک در $t = 1$ می باشد؟



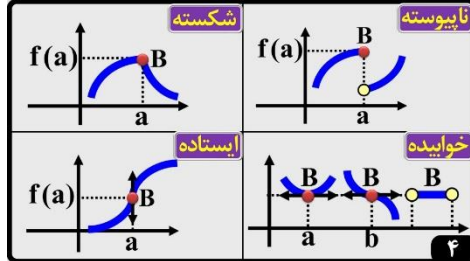
نقطه بحرانی

تعریف: در تابع f به نقطه میانی $B(a, f(a))$ بحرانی گوئیم اگر:

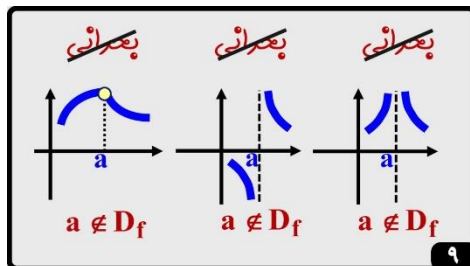
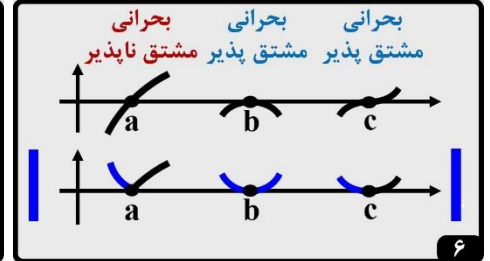
تعریف نشده: $f'(a)$

یا

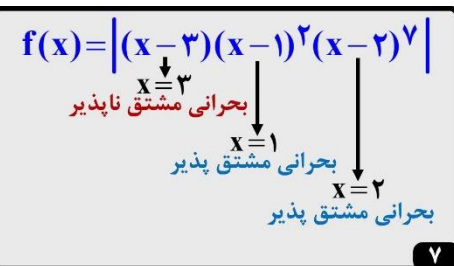
$$f'(a) = 0$$



سرخ ۵: تعداد نقاط بحرانی تابع زیر در بازه $[-1, 2]$ را بیابید.
 $f(x) = [x] \sin \pi x$



توجه، توجه، توجه
 نقاط ابتدا و انتهای یک تابع، بحرانی می باشد.



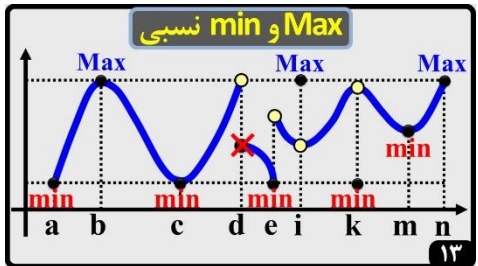
مثال: $x=1$ برای کدام یک از توابع زیر، طول نقطه بحرانی نمی باشد.
 $f(x) = x^2 - 2x$
 $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$
 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

۱) $y = f(x)$
 ۲) $f'(x) = \frac{\text{صورت مشتق}}{\text{مخرج مشتق}}$
 طول نقطه بحرانی \rightarrow صورت مشتق = ۰
 طول نقطه بحرانی \rightarrow مخرج مشتق = ۰

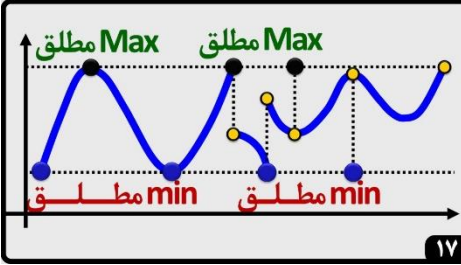
نقاط اکسترمم

مثال: $x=1$ برای تابع زیر طول چه نقطه ای می باشد؟
 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 1 \\ |x-3| & x > 1 \end{cases}$

مثال: تابع f در نقطه c دارای مینیمم بوده و مشتق راست دارد. الزاماً این مشتق چگونه است؟
 (۱) مثبت (۲) منفی (۳) نامنفی (۴) نامثبت



مثال: در چند تابع زیر نقطه ی بحرانی نقطه اکسترمم نسبی تابع نیز هست؟
 a) $y = \sqrt{-x}$
 b) $y = x + |x|$
 c) $y = x^3 + 1$



مثال: M و m = ?
 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

مثال: مجموعه طول نقاط بحرانی تابع زیر کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x-x^2}{2} & x < 4 \\ 2 - \frac{4}{x} & x \geq 4 \end{cases}$$

۲۱

مثال: مجموعه طول نقاط اکسترمم تابع زیر را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 & x \leq 3 \\ -13 + \frac{9}{x} & x > 3 \end{cases}$$

۲۰

مثال: در تابع زیر $x=1$ طول نقطه ای است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x \leq 1 \\ 2x-1 & x > 1 \end{cases}$$

۱۹

سده: اگر c طول نقطه ی اکسترمم مطلق تابع f روی دامنه آن باشد و تابع در همسایگی آن نقطه تعریف شده باشد، الزاماً تابع f در نقطه ی c کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) پیوسته
- (۲) مشتق پذیر
- (۳) خط مماس افقی
- (۴) اکسترمم نسبی

۲۲

سده: تابع f روی $[a, b]$ تعریف شده و $a < c < b$ است. کدام بیان نادرست است؟

- (۱) اگر c نقطه اکسترمم نسبی و $f'(c)$ وجود داشته باشد، آن گاه خط مماس بر منحنی در c افقی است.
- (۲) اگر c نقطه بحرانی باشد، آنگاه c اکسترمم نسبی است.
- (۳) اگر c نقطه اکسترمم نسبی باشد، آنگاه c بحرانی است.
- (۴) اگر c نقطه اکسترمم مطلق باشد، آنگاه c بحرانی است.

۲۳

سده: اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = 2^x$ آنگاه تابع gof از نظر اکسترمم نسبی کدام نوع را دارد؟

- (۱) فاقد ماکسیمم - فاقد می نیمم
- (۲) دارای ماکسیمم - فاقد می نیمم
- (۳) فاقد ماکسیمم - دارای می نیمم
- (۴) دارای ماکسیمم - دارای می نیمم

۲۴

نقطه عطف

۲۷

مثال: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ در $[-1, 4]$ M و $m = ?$

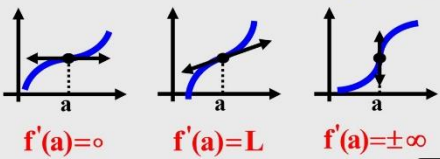
۲۶

روش یافتن نقاط اکسترمم مطلق تابع

- (۱) نقاط بحرانی تابع را بدست آورید.
- (۲) نقاط ابتدا و انتهای تابع را بدست آورید.
- (۳) $\left. \begin{array}{l} \text{Max مطلق} = \text{بیشترین ارتفاع} \\ \text{min مطلق} = \text{کمترین ارتفاع} \end{array} \right\}$

۲۵

- (۱) تابع f در $x=a$ مماس پذیر باشد.
- (۲) تقعر تابع f در برخورد با $x=a$ عوض شود



۲۸

مثال: کدام تابع دارای نقطه ی عطف می باشد؟

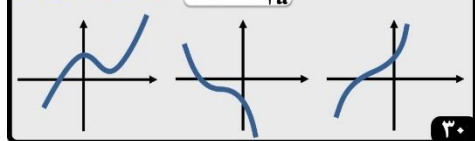
$$\begin{aligned} y &= |x^2 - 1| \\ y &= x^2 |x| \\ y &= \sqrt[3]{x^2} \\ y &= (x-1)|x-1| \end{aligned}$$

۲۹

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b \quad x(A) = -\frac{b}{3a}$$

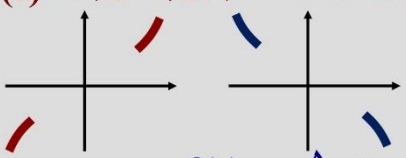


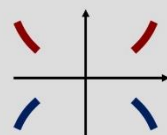
۳۰

یادداشت

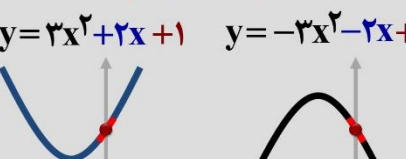
یادداشت

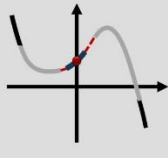
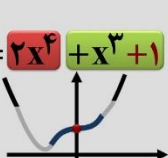
یادداشت

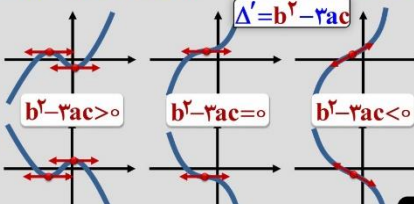
بازوی نمودار
 $f(x) = +2x^3 - 4x + 1$

 $f(x) = -x^5 - 3x + 6$

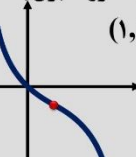
بازوی نمودار
 $f(x) = +x^2 + 8x - 1$

 $f(x) = -x^6 + 2x^3 - x + 2$

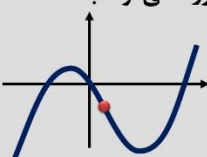
نمودار شناسی (۱)


محل تولد نمودار
 $y = 3x^2 + 2x + 1$ $y = -3x^2 - 2x + 1$


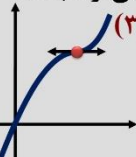
$y = -2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

 $y = 2x^3 + x^2 + 1$


$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $y' = 3ax^2 + 2bx + c$
 $\Delta = b^2 - 3ac$


مثال: شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2 - 4x$ است. کدام دو تایی برای (a, b) میتواند مورد قبول باشد؟
 $(1, 4)$ $(1, -2)$ $(-1, 6)$ $(-1, 3)$


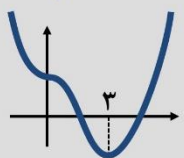
مثال: شکل مقابل، نمودار $y = \frac{2}{3}x^3 + ax^2 + bx$ است. زوج مرتب (a, b) به کدام صورت می تواند باشد؟
 $(-1, -4)$
 $(1, -4)$
 $(-1, 4)$
 $(1, 4)$


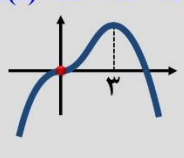
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ d, c, b, a
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $b^2 - 3ac$
 $f''(x) = 6ax + 2b$ $x(A) = -\frac{b}{3a}$


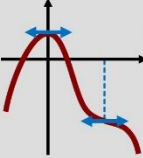
مثال: شکل مقابل نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 + bx$ است. دو تایی (a, b) به کدام صورت می تواند باشد؟
 $(3, 2)$ $(-6, 12)$ $(-1, 3)$ $(-3, 4)$


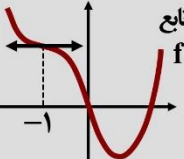
سؤال ۹۵: مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع با ضابطه زیر در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟
 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$
 $(1, -18, 24)$
 $(2, -45, 27)$
 $(3, -36, 27)$
 $(4, -27, 36)$

سؤال ۹۴: به ازای کدام مقادیر a معادله زیر دارای سه ریشه حقیقی متمایز مثبت است؟
 $x^3 + (a-1)x^2 + (4-a)x = 4$
 $a < -4$
 $a > -4$
 $a < 4$
 $a > 4$

سؤال ۹۰: شکل زیر نمودار $f(x) = \frac{1}{6}x^4 + ax^3 + bx^2 + 2$ است. a + b را بیابید.


سؤال ۹۲: شکل مقابل نمودار $f(x) = ax^4 + 2x^3 + bx^2$ است. مقدار a کدام است؟
 $\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2}$ -1


سؤال ۹۴: شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = -x^4 + 8x^3 + ax^2 + b$ است. a، کدام است؟
 -18
 -15
 -12
 -9


سؤال ۹۴: شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = x^4 - x^3 + ax^2 + bx$ است. b، کدام است؟
 -8 -9 -10 -11


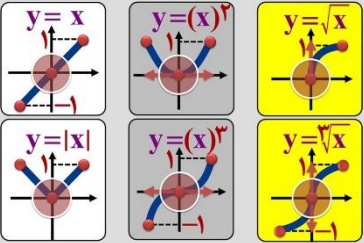
سؤال ۸۶: نقطه ی بحرانی تابع $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ روی بازه $(-1, 2)$ چگونه است؟
 (۱) می نیمم (۲) ماکسیمم
 (۳) عطف (۴) مشتق ناپذیر

سؤال ۹۰: تابع $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x$ از نظر اکسترمم نسبی کدام وضع را دارد؟
 (۱) می نیمم نسبی
 (۲) ماکسیمم نسبی
 (۳) min و max نسبی
 (۴) فاقد اکسترمم نسبی

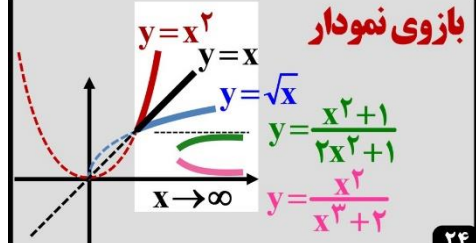
نمودار شناسی (۲)

مثال: بزرگترین محدوده ای که تابع $y = \frac{a}{x^2} + bx^3 + x^2$ در آن نزولی می باشد $[-2, 1]$ است. $a+2b$ ؟

سج ۸۹: دو نقطه به طول های ۳ و ۵- نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ هستند. مقدار می نیمم نسبی این تابع، کدام است؟



جنگ بین فرجه و توان



بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[3]{x^2(x-1)^2}$ ۲۷

بازوی نمودار $f(x) = x(x+1)^2$ ۲۶

بازوی نمودار $f(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$ ۲۵

بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[3]{x(x-1)}$ ۲۸

بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[5]{x(x^2-1)}$ ۲۹

بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[3]{x(x-1)}$ ۳۰

بازوی نمودار $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$ ۳۳

بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[4]{x(x^2+1)}$ ۳۲

بازوی نمودار $f(x) = \frac{x\sqrt[3]{x}}{x+1}$ ۳۱

بازوی نمودار $f(x) = \sqrt[5]{x^3(x^2-1)}$ ۳۴

بازوی نمودار $f(x) = \frac{2x^3}{x^3+1}$ ۳۵

بازوی نمودار $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ۳۶

رسم نمودار

۳۹

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

بازوی نمودار

۳۸

$$f(x) = x^3 |x-1|$$

بازوی نمودار

۳۷

مثال: نمودار تابع $f(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$ را رسم کنید؟

۴۰

مثال: نمودار تابع $f(x) = x^3 |x-1|$ را رسم کنید؟

۴۱

مثال: نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را رسم کنید؟

۴۲

سرخ ۸۷: تابع $f(x) = x|x^2-1|$ با دامنه $[-2, 2]$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۴۵

سد ۸۷: کدام بیان برای تابع $f(x) = x|x^2-3|$ با دامنه $[-1, 1]$ نادرست است؟
 ۱) می نیمم مطلق دارد.
 ۲) ماکسیمم مطلق دارد.
 ۳) دو نقطه اکسترمم نسبی دارد.
 ۴) فاقد اکسترمم نسبی است.

۴۴

مثال: نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ را رسم کنید؟

۴۳

سد ۹۰: تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x) = |x^3-x|$ روی بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

۴۶

سرخ ۸۸: تابع $f(x) = x|x^2-3|$ در چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

۴۷

مثال: نمودار تابع $y = \sqrt{x+1} |x-3|$ را رسم کنید؟

۴۸

$$f(x) = \frac{a(x-2)(x-3)^2(x-4)(x-5)^3}{(x-6)^2(x-7)^3}$$



۵۱

مثال: مجموعه طولهای نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید.
 $f(x) = \sqrt{x+1} \sqrt[3]{x}$

۵۰

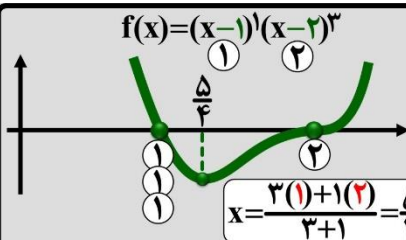
مثال: نمودار تابع $y = x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}$ را رسم کنید؟

۴۹

مثال: شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = 2x^4 + ax^3 + bx$ است. زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- (۴, ۰) (۱)
- (۶, ۰) (۲)
- (۸, ۰) (۳)
- (۴, ۱) (۴)

۵۲



۵۳

مثال: طول نقطه اکسترمم نسبی؟

$$f(x) = (x-1)^3(x-2)^4$$

$$f(x) = (x+1)^1(x-2)^2$$

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}} = (x+1)^1(x-2)^{-\frac{1}{2}}$$

۵۴

سرخ 95: طول نقطهٔ ماکسیمم نسبی تابع $y = (x-1)^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ کدام است؟ (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

55

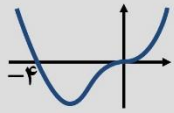
سرخ 85: مجموعه طول های نقاط بحرانی تابع زیر را بیابید.
 $f(x) = |x-2| \sqrt[3]{x^2}$

56

مثال: طول نقاط بحرانی تابع زیر را بیابید.
 $y = (x^2 - 1)^{\frac{2}{3}}$

57

سرخ 95: شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx$ است. با تعیین a و b می‌توانیم تابع، کدام است؟



- (1) -36
- (2) -22
- (3) -27
- (4) -24

58

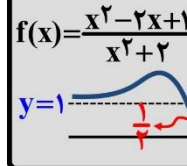
مثال: $A(4, a)$ نقطه مینیمم تابع $f(x) = \frac{bx+2}{x^2}$ است. مقدار $b-4a$ کدام است؟

- (1) $-\frac{1}{8}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) $-\frac{3}{8}$ (4) $-\frac{1}{2}$

59

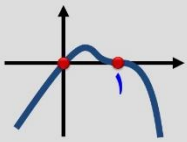
الگوی نمودار

(1) ریشه و مخلفات (عرض از مبدا)
 (2) مجانب قائم و مخلفات
 (3) بازوی نمودار و مخلفات



60

سرخ 87: ضابطه ی تابع نمودار مقابل کدام است؟



- $y = x(1-x)^3$
- $y = x(x-1)^3$
- $y = x(1-x^3)$
- $y = x(x^3-1)$

63

سرخ 91: نمودار تابع $y = x^{\frac{1}{5}} - 4x^{\frac{3}{5}}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟



62

سرخ 91: نمودار تابع $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟



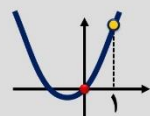
61

سرخ 86: نمودار تابع $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ در نقطه $x=1$ کدام وضع را با محور xها دارد؟



64

سرخ 87: شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^3 + ax + b}{x-1}$ است. کدام است (a, b) و تایی مرتب
 (4, 0) (-4, 0) (-2, 1) (0, -4)



65

سرخ 86: ماکسیمم $f(x) = -|x| \cos x$ در بازه $[-1, 1]$ را بیابید.

66

مثال: فاصله ی دو نقطه ی عطف تابع زیر کدام است؟

$y = \frac{1}{x^2+2}$

69

$y = \frac{x}{x^2+b}$ $\begin{cases} E & x = \pm\sqrt{b} \\ A & x = \pm\sqrt{3b} \end{cases}$
 $y = \frac{x^2}{x^2+b}$ $\begin{cases} E & x = 0 \\ A & x = \pm\sqrt{\frac{b}{3}} \end{cases}$
 $y = \frac{a}{x^2+b}$
 $y = \frac{x^2+a}{x^2+b}$

68

سرخ 95: به ازای کدام مقدار a خط $y = -3x + 2$ بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2+a}{x-2}$ مماس است؟

- (1) -1
- (2) صفر
- (3) 1
- (4) 2

67

سرخ 90: مجموعه طول نقاطی که تقعر منحنی $y = \frac{-2}{x^2+3}$ رو به بالا باشد، به کدام صورت است؟

- (1) $|x| < 1$ (2) $|x| > \sqrt{2}$ (3) $|x| < 2$ (4) $|x| > \sqrt{3}$

70

سرخ 88: تقعر تابع $f(x) = \frac{x^2+9}{x^2+12}$ در بازه (a, b) رو به بالا است. بیشترین مقدار $b-a$ را بیابید.

71